

$$\begin{array}{r}
A B C D \cdot A B C D \\
\hline
E F B E F \\
G E H G E \\
D J D B G \\
J D G J D \\
\hline
E C A K A B C D
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
9376 \cdot 9376 \\
\hline
84384 \\
28128 \\
65632 \\
56256 \\
\hline
87909376
\end{array}$$

I. megoldás. A tényezők egyenlők, tehát lényegében négyzetreemelésel állunk szemben, és pedig a négyzet utolsó négy számjegye egyenlő az alappal. Így az \overline{ABCD} számot a -val jelölve az $a^2 - a$ különbség négy 0 számjegyre végződik, osztható 10 000-rel, ami $2^4 \cdot 5^4$, tehát

$$a^2 - a = a(a - 1) = 2^4 \cdot 5^4 \cdot b,$$

ahol b egész szám, ti. $b = \overline{ECAK}$.

a és $a - 1$ szomszédos egész számok, így relatív prímek, emiatt vagy mind a négy 2-es tényező a -ban, vagy mind a négy $a - 1$ -ben szerepel, tehát az a tényező többszöröse 16-nak, a másikuk pedig hasonlóan 5^4 -nek, azaz 625-nek páratlan többszöröse. Továbbá mindkét tényező 1000 és 10 000 közötti szám, ugyanis az adott sémában $A \neq 0$, hiszen $A = 0$ esetén a^2 legfőbb hat jegyű lenne, ebből $E = C = 0$ következnek, amit pedig a feladat kizárt. Így 625 szóba jövő többszörösei:

$$\begin{array}{ccc}
1875, & 3125, & 4375, \\
5625, & 6875, & 8125, & 9375.
\end{array}$$

A középső két oszlopbeliek nem felelnek meg, mert 2^2 -nel osztható szomszédjuk már 2^3 -nel sem Osztható, hasonlóan 4375 törlendő, mert 4376 nem osztható 16-tal, így pedig ugyanez áll az öt 10^4 -re kiegészítő 5625-re is. Eszerint a és $a - 1$ céljára csak 9375 és 16-tal osztható szomszédja, 9376 felelhet meg. Próbát téve $a = 9376$ -tal a séma számjegyegezéseit megtaláljuk, ebből $A, B, C, D, E, F, G, H, J, K$ értéke rendre 9, 3, 7, 6, 8, 4, 2, 1, 5, 0.

II. megoldás. Célhoz érünk a részletszorzatokban fellépő számjegyegezések alapján is. Az utolsó oszlop szerint a $D \cdot D$ szorzat D -re végződik. Az ezt kielégítő $D = 0, 1, 5$ és 6 jegyek közül azonban 0 és 1 nem jön szóba, mert a D -vel képezett $JDGJD$ részletszorzat nem 0 , és nem is $ABCD$; továbbá $D \neq 5$, mert a részletszorzatok 4 különböző számjegyre végződnek; ennél fogva $D = 6$.

Eszerint a 4. részletszorzat utolsó D -je leírása után 3 tízest viszünk át maradékként és a J jegy a $D \cdot C + 3 = 6C + 3$ összeg egyes jegye, a fölötte álló G pedig a $C \cdot D = 6 \cdot C$ szorzaté. Ezek szerint a vonal alatti C a $12C + 3$ összeg egyes jegye, vagyis $12C + 3 = 10x + C$ - ahol x egész szám. Így $11C + 3 = 10x$, a $11C$ szorzat 7-re végződik, tehát $C = 7$. Ebből $J = 5$ és $G = 2$, a negyedik részlet szorzat 56 256 és a szorzandó ennek 6-odrésze: $\overline{ABCD} = 9376$. Ennek a helyes voltát föntebb már láttuk.