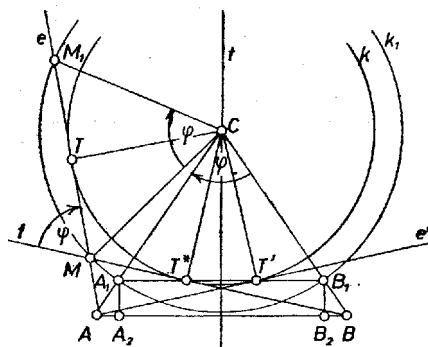


I. A k körhöz B -ből húzott, általunk választott érintőt jelöljük f -fel. Ezt az ABC háromszög t tengelyére tükrözve az A -ból k -hoz húzott e' érintőt kapjuk. Ha f -re azt a C körüli φ forgatást alkalmazzuk, amely B -t A -ba viszi, ismét k -nak egy A -ból húzott érintőjébe megy át, jelöljük ezt e -vel.



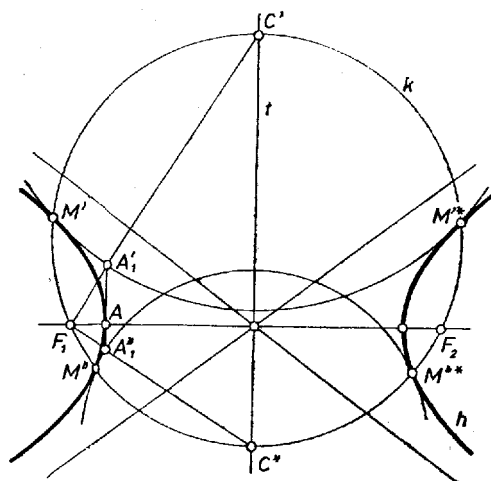
1. ábra

Vigyé a T^* érintési pontot a tükrözés T' -be, a forgatás T -be. Ekkor a CTA háromszög körüljárása megegyezik a CT^*B háromszögével, és mindkettő körüljárása ellentétes a $CT'A$ háromszög körüljárásával. A T és T' pontok tehát nem lehetnek azonosak: az e és e' érintők különbözőek, ezek az A -ból k -hoz húzható érintők. Mivel f -et e' nem metszheti t -n kívüli pontban, f -hez csak e -t választhatjuk a feladat szerint, amint ezt jelöléseinkben már figyelembe is vettük.

Vigyé át az előbb említett φ forgatás az M pontot M_1 -be: ez a pont a C körüli, CM sugarú k_1 körön is és az f forgatásából származó e érintőn is rajta van. Az A_1B_1 és MM_1 szakaszok a k_1 kör ugyanakkora középponti szöghöz tartozó húrvai, tehát egyenlők. Mivel $CT \perp e$, T felezi az MM_1 szakaszt, tehát $MT + MT^* = 2MT = MM_1 = A_1B_1$, amint azt bizonyítanunk kellett.

II. Fenti megfontolásunkból az is következik, hogy A_1B_1 egyenlő az AM és BM szakaszok különbségével, hiszen ha pl. $AM < BM$, akkor

$$BM - AM = (BT^* + T^*M) - (AT - MT) = MT + T^*M = A_1B_1.$$



2. ábra

Az M pont így rajta van azon a hiperbolán, melynek A és B a két fókusza és két csúcsa az A_1, B_1 pontoknak az AB egyenesen levő A_2, B_2 vetülete: a kívánt szerkesztés tehát a megfelelő átvetítések után a fenti ábra rekonstrukciójából áll: az F_1, F_2 fókuszok szerepét az A és B pontok, az A csúcset az A_2 vetület és a k körét az ABC háromszög köré írható k_1 kör veszi át, C tehát a k körnek és az F_1F_2 szakasz t felező merőlegesének a metszéspontjaként szerkeszthető. Az A_1 pontot A -ból az F_1C egyenesre való visszavetítéssel kapjuk meg, M -et (és t -re vonatkozó tükörképét) pedig a C körüli, CA_1 sugarú kör metszi ki k -ból. Mivel k két pontban metszi a t tengelyt az AF_1 egyenes két oldalán, így mind a négy metszéspontot előállíthatjuk.