Ki ne gyönyörködött volna még a víz tükrében, a hullámok csodálatos játékában? Ez a változatos, sohasem egyhangú kép egyaránt megihlette a költőt is, a festőt és természetesen a matematikust is lelkesíti. A matematikus a gyönyörűségen felül le akarja írni a víz mozgásának törvényeit és meg akarja állapítani a vízfelület látszólag annyira szeszélyes alakját. Persze ez még sokkal nehezebb feladat, mint az örökké változó kép rögzítése szavakban vagy színekben. Sokáig, nagyon sokáig is tartott, amíg sikerült matematikai szigorúsággal megoldani ezt a reménytelenül nehéznek tetsző feladatot. Peter Gustav LEJEUNE DIRICHLET (ejtsd Lözsőn Dirihlé) volt az a nagy matematikus, aki győzelemre tudta vinni az erre irányuló erőfeszítéseket.

DIRICHLET (francia emingráns családból származó német), a matematika egyik fejedelme, születésének 150. évfordulóját ünnepeljek az idén. Ez alkalomból néhány szóval bemutatjuk őt a matematikát kedvelő ifjú olvasóinknak. DIRICHLET tevékenysége igen sokoldalú, de többnyire még ma is a matematika felsőbb részeibe tartozik. Dirichlet a hosszú 150 év alatt sohasem »ment ki a divatból«. A fellépése óta eltelt egész idő alatt döntően befolyásolta a matematika fejlődését. Működése korszakalkotó. Minden matematikusnak foglalkoznia kell vele. Eredményei közül áttekintjük azokat, amelyek ifjú olvasóinkat érdekelhetik.

Dirichlet rendkívül tehetsége igen korán feltűnt. Az érettségi vizsgát 16 éves korában tette le. Első nagy teljesítménye annak a FERMAT tizenhetedik századbeli nagy francia matematikustól eredő híres tételnek a bizonyítása volt, hogy két ötödik hatvány összege nem lehet ötödik hatvány, hogy tehát az

$$x^5 + y^5 = z^5$$

diofantoszi egyenletnek nincs *0-tól különböző egész számokból álló megoldása.* Dirichlet fellépte előtt csak annyi volt bebizonyítva, hogy *két (0-tól különböző) köbszám összege nem köbszám, két negyedik hatvány összege* nem negyedik hatvány, sőt *már négyzetszám sem lehet.* Dirichlet dolgozatát 20 éves korában mutatták be a francia Tudományos Akadémián és ráterelte a figyelmet ifjú szerzőjére, aki csakhamar, 22 éves korában egyetemi katedrához jutott. Dirichletnek a számelmélet mindvégig legkedvesebb kutatási területe volt. Eredményei közül csak azt az 1837-ből valót említjük, mely szerint minden számtani sorozat, amelynek kezdő tagja és különbsége egymáshoz relatív prímek, végtelen sok prímszámot tartalmaz. Ugye ez elég egyszerűen hangzó tétel, bizonyítása mégis hallatlan nehézséggel járt, amelyeket Dirichlet csak úgy tudott leküzdeni, hogy a matematika számos ágát igénybe vette, azokban egészen új módszereket vezetett be, amelyeket azóta számos új vizsgálatban is igen nagy eredménnyel használnak a matematikusok. Dirichlet ezzel a matematika egyik legcsodálatosabb remekművét alkotta meg. 110 évig igyekeztek a matematikusok Dirichlet bizonyítását egyszerűsíteni, de eddig ez lényegesebben csak egyetlen részletben sikerült. Ahogy egy szellemes író mondta, Dirichlet itt oly hegyi vezetőhöz hasonló, aki a nehezen elérhető hegycsúcsra oly úton vezet, amelyen kilátás nyílik az egész hegységre, az utána, a merész koncepció érintetlenül hagyásával, elért kisebb egyszerűsítések talán meredekebben vezetnek fel, de kilátások nélkül. 110 év múlva 1947-ben azután egy fiatal norvég kutatónak sikerült a tételt a Dirichletétől lényegesen eltérő »elemi« (de nem egyszerű és nem oly szép!) úton bizonyítania.

Egy másik új bizonyítási módszer viszont, amelyet ugyancsak Dirichlet vezetett be a matematikába, szinte gyermekesen egyszerű, annyira magától értetődő, annyira elemi. Ez az úgynevezett »skatulya elv«. Ez azt mondja ki, hogy ha n számú skatulyában n-nél több tárgyat kell elhelyeznünk, akkor lesz legalább egy olyan skatulya, amelybe legalább két tárgyat kell tennünk. Mégis ezzel az oly primitívnek tetsző gondolattal, azelőtt csak igen bonyolult úton bizonyítható nehéz tételeket tudott igen könnyűvé tenni. Ilyenek pl. Fermat nevezetes tétele, hogy minden természetes szám előállítható legfeljebb négy négyzetszám összegeként. Vagy pl a következő ugyancsak Fermat-tól eredő fontos probléma: Legyen D olyan pozitív szám, amely egyetlen 1-nél nagyobb négyzetszámmal sem osztható, keressünk olyan négyzetszámot, amelynek D-vel való szorzatához 1-et adva megint teljes négyzetet kapunk, azaz keressük a

$$t^2 - Du^2 = 1$$

határozatlan egyenlet egész megoldásait. Megoldás, sőt végtelen sok megoldás mindig van. Ezek az azelőtt nehéz problémák a skatulya elv felhasználásával könnyűekké váltak, de részletezésükbe nem bocsátkozhatunk.

Nem beszélhetek Dirichlet többi igen fontos számelméleti eredményéről, csak felemlítem, hogy ez a szép tudományág nagy népszerűségét éppen Dirichletnek köszönheti. A mai számelméletet lényegében Gauss alkotta meg, De GAUSS munkáit úgy írta meg, hogy azokban nehéz felismerni azt az utat, amelyen felfedezéseit tette, Gauss nehéz bizonyításait Dirichlet egyszerűsítette és olyan formába öltöztette, hogy valóban élvezet volt olvasni, és számos nagyszerű egyetemi előadásban terjesztette el. Könyvben is kiadták, a 100 éves könyv ma is a számelmélet legjobb tankönyvei közé tartozik. Buzgó olvasóink az első 3–4 fejezet világos előadását bizonyára nagy haszonnal tanulmányoznák.

Dirichlet nem írt sokat. Összes művei csak két kötetet töltenek meg. Dolgozatai rendesen rövidek, de nagyon gondolatébresztők. Ezért tart eleven hatásuk még ma is. Sokirányú egyéb eredményei közül csak egyről, a bevezetésben említettről fogok – nagyon leegyszerűsített alakban – néhány szót szólni. A hullámzásról szólóról. A legegyszerűbb hullámzárt – amint tudjátok – a sinus (illetve cosinus) függvények írják le,

$$y = \sin x$$

az elemi hullám egyenlete. Tovább azzal a megjegyzéssel juthatunk, hogy – hangtani képpel élve – a megütött hang felhangokat kelt és ezek összetevődnek. Ilyenszerű összetettebb hullámzást tehát a következő alakú matematikai formula írja le (ha pl. y egy rezgő pont kimozdulása az x időpontban)

$$y = (a_1 \cos x + b_1 \sin x) + (a_2 \cos 2x + b_2 \sin 2x) + \ldots + \\ +(a_n \cos nx + b_n \sin nx).$$

Ha az összegezést a végtelenig folytatjuk,akkor ilyen »végtelen sorral« igen szabálytalan lefolyású y függvényeket is ábrázolhatunk. Ezt már a 18. században EULER és d'ALEMBERT is tudták, már FOURIER is alkalmazta hőtani vizsgálataiban, azért »Fourier sor« a nevük. Végtelen sok tagot azonban tényleg összeadni nem tudunk, meg kell tehát pontosabban határozni, mit is értünk ilyen »végtelen összegeken« és meg kell vizsgálni, milyen számolási szabályok érvényesek rájuk. A Fourier-soroknak a matematikában való igen fontos szerepét ilyen értelemben Dirichlet törvényesítette, amennyiben megállapított olyan fontos feltételeket, amelyek teljesülésénél használatuk jogosult, pl. a mozgó víz felszínének és mozgásának meghatározásánál. Mint általában legtöbb vizsgálatával, ezzel is ösztönzést adott a későbbi koroknak.

A Dirichletről való kép igen hiányos lenne, ha nem emlékeznénk meg Dirichletről, a nagyszerű tanárról. A múlt század elején a német egyetemeken elég alacsony volt a matematikatanítás színvonala. Ez Dirichlet (továbbá barátja és kortársa JACOBI) befolyására gyökeresen megváltozott. Dirichlet (és Jacobi is) a legújabb tudományba vezette be hallgatóit, legtöbbször azokról a tárgyakról adott elő, amelyekkel éppen foglalkozott, legfrissebb felfedezését előadásaiban először tanítványaival közölte. Előadásmodora is teljesen új, az érdeklődést nemcsak felkeltő, hanem állandóan ébren tartó, sőt fokozó volt. Ezért igen hamar nagy hírre tett szert és mindenfelől sereglettek hozzá a tehetséges tanítványok, hogy pompás előadását élvezhessék. Előadásait halála után kiadták és, amint már említettem, ma is tanulságosak és érdekesek.

Dirichlet nagy fizikus is volt. Gimnáziumi matematika tanára G. S. OHM, az elektromos áramok elmélete alaptételének híres felfedezője volt. Persze a fizikának rendkívüli matematikai felkészültséget kívánó problémáival foglalkozott.

1855-ben, tehát éppen száz évvel ezelőtt meghalt GAUSS, a »princeps mathematicorum«, akiről a centenárium alkalmából lapunk is megemlékezett[1]. A göttingeni egyetem, amelyben Gauss fél évszázadon át működött, továbbra is a világ első matematikusát igyekezett megnyerni. Így esett a választás Dirichletre, Gauss méltó utódára, aki így felcserélte Berlint, a ragyogó fővárost, hol háza a társadalmi élet központja volt, a szerény kisvárossal. Göttingen dicsőségének ma egyik forrása, hogy matematikai katedráján egykor két ilyen jelentős tudós ült! Dirichlet sajnos nem sokáig, mert csakhamar betegség támadta meg, és 1859. május 5-én meghalt.

Dirichlet nemcsak nagy felfedezései és ragyogó előadásai miatt tartozik a matematika legnagyobbjai közé, hanem azért is, mert minden munkájában a rideg formulák lelkét igyekezett feltárni.

[1] *Obláth R.:* Carl Friedrich Gauss, 1777. április 30–1855. február 23. Középiskolai Matematikai Lapok. Új sorozat X. kötet, 1955. p. 97-90.