Carl Friedrich Gauss

1777. április 30 – 1855. február 23

Száz évvel ezelőtt, 1855. február 23-án halt meg Carl Friedrich GAUSS, a »*princeps mathematicorum*«, a matematikusok fejedelme. Gauss tevékenysége a matematika minden akkor ismert ágára rányomta bélyegét, mélyreható gondolatai a matematika minden ágát hatalmasan előrelendítették. Ifjú olvasóink ismerik a nevét. Munkásságának túlnyomó része természetesen a felsőbb és legfelsőbb matematikába tartozik, hiszen fellépésekor a matematika már igen fejlett tudomány volt. Működése nemcsak a tiszta matematikában, hanem alkalmazásaiban is korszakalkotó. Így a fizikában, a földméréstanban, a csillagászatban. Át fogjuk tekinteni néhány olyan főeredményét, amelyek ifjú olvasóink érdeklődési köréhez közel állnak.

Kivételes tehetsége már legzsengébb ifjúságában megnyilvánult. Az időben elég gyakran előfordult, hogy az iskolában ugyanabban a teremben egyszerre több osztály volt. Mialatt a tanító a többi osztállyal foglalkozott, a 6 éves Gauss osztálya azt a feladatot kapta, adják össze a számokat 1-től 40-ig. Alighogy a tanító a feladatot kitűzi, a kis Gauss már kiviszi palatábláját és leteszi a tanító asztalára és hamisítatlan szász tájszólással mondja »da ligget se« (»itt fekszik«). A tanító az akkor divatos fegyelmező eszközzel, a kezében lévő korbáccsal már rá akar sújtani a kis fiúra, amikor pillantása a táblán lévő helyes eredményre, a 820-ra esik. Erre eltette a korbácsot és megkérdi a kis Gaussot, hogyan kapta ezt az eredményt. A kis fiú a világ legtermészetesebb hangján mondja: 40 meg 1 az 41, 39 meg 2 az 41, 20 ilyen pár van, 20-szor 41 az 820. A tanító a rendkívüli kis fiúról jelentést tett a felsőbb hatóságoknak, így híre eljutott a fejedelemig, aki lehetővé tette, hogy a nagyon szegény fiú a gimnáziumban, majd az egyetemen folytassa tanulmányait.

14–15 éves korában, amikor élete első logaritmus tábláját kapja, megszámlálja az ezres számközökben a prímszámok számát és észreveszi, hogy a rendkívüli ingadozások ellenére számuk nagyjában a logaritmusokkal fordítva arányos. *Bebizonyítani* ezt a tételt nem tudta, ez csak 1896-ban sikerült egyszerre egymástól függetlenül két tudósnak. 6–7 évvel ezelőtt azonban ERDŐS Pál magyar matematikus és Atle SELBERG a felsőbb analízis segédeszközei nélkül bebizonyította a »prímszámtételt«.

1796. március 30-án – nem egész 19 éves korában – találta Gauss annak bizonyítását, hogy *a szabályos 17-szög körzővel és vonalzóval pontosan megszerkeszthető.* Amint azt saját maga feljegyezte, reggel, még az ágyban fekve, egyszerre tisztán maga előtt látta a bizonyítást. Jól tudjátok, hogy az egyenoldalú háromszög, a négyzet, a szabályos ötszög körzővel és vonalzóval megszerkeszthető, azt is, hogy ha a körbe vagy a kör körül írt szabályos n-szög oldala ismeretes, a $2n$ oldalú szabályos sokszög oldala könnyen megszerkeszthető. Mindezt már az ógörög matematikusok tudták. 2200 éven át senki sem tudott többet a szabályos sokszögek szerkesztéséről és íme – amint mondám – 1796. március 30-án egy fiatal fiú észreveszi, hogy a szabályos 17-szög is szerkeszthető. [1] Sőt ez a tétel csak speciális esete egy sokkal általánosabb tételnek.

Mindenki más megpihent volna babérjain ilyen hatalmas felfedezés után, de nem Gauss. Ezt a felfedezést 9 nap múlva, 1796. április 8-án egy még fontosabb, még jelentékenyebb követte. Tétele a számelmélet legfontosabb tétele. Röviden elmondom.

Legyen p és q két páratlan prímszám. Ha p vagy q valamelyike $4n+1$ alakú, akkor abból, hogy

$$x^2 - p$$

az x valamely értékénél *osztható* q-val, következik, hogy *van oly* x érték, amelynél

$$x^2 - q$$

osztható p-vel. Ha az első kifejezés *nem* lehet osztható q-val, akkor *a második sem* lehet osztható p-vel.

Ha azonban p is, q is *mindkettő* $4n+3$ alakú, akkor *a két kifejezés viselkedése ellentett*, azaz ha $x^2 - p$ osztható q-val, $x^2 - q$ *nem* lehet *osztható* p-vel.

A tételt ezen kölcsönösség miatt »*reciprocitási tétel*«-nek hívják. A tétellel a XVIII. század második felének legnagyobb matematikusai foglalkoztak és igyekeztek bebizonyítani – sikertelenül, és íme, a nem egész 19 éves fiú, aki mindezekről a kísérletekről semmit sem tudott – bebizonyította. Amint ő maga mondja, hosszú, megfeszített gondolkodás után. A hosszú idő, mint tudjuk, 9 nap volt. A bizonyítást – valóságos remekmű — ma is Gauss *erőpróbájá*nak (eine echte Kraftprobe Gaussschen Geistes) nevezik. Gauss később még 7 bizonyítást adott erre a tételre, ezekkel már könnyűvé tette. A magyar matematikusok közül RÉDEI László szegedi egyetemi tanár adott rá bizonyítást.

Az ifjú Gauss ez időben naplójának tanúsága szerint jóformán naponta tesz egy nagy matematikai felfedezést. Ezek közül már csak egyet idézek. Az

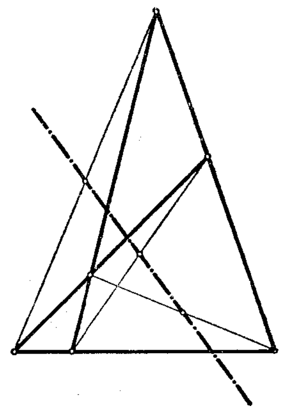
$$a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \ldots + a_n = 0$$

egyenletet, amelyben az együtthatók tetszőleges számok, *algebrai egyenlet*nek nevezik. Évszázadok óta sejtették, de először csak Gauss bizonyította be 1798-ban az algebra *alaptételét*, mely szerint *minden* algebrai egyenletnek *van gyöke* (mégpedig annyi, mint a fokszáma).

Gauss tételei közül még csak egyet sorolunk fel, ezt mindazon olvasóink, akik a ferdeszögű koordináták használatában jártasak, könnyen bebizonyítják.

[1] Gauss szülővárosában, Braunschweigban álló Gauss-emlékmű talapzata szabályos tizenhétszögű.

Teljes négyoldalnak hívjuk a négy egyenes alkotta alakzatot (l. az ábrát), ha közülük három egyenes nem megy át ugyanazon ponton.



Gauss tétele szerint:

A teljes négyoldal átlóinak felező pontjai egy egyenesbe esnek.

A tétel jelentőségét az adja meg, hogy ez a Gauss egyenes a négy egyenest érintő kúpszeletek (kúpszeletsereg) középpontjainak mértani helye. A tétel egy részét már Newton észrevette.

Olvasóink nagy része ismeri a *komplex számok* geometriai ábrázolását. Ez is Gausstól származik. (Az újabb matematikatörténeti kutatás azonban kimutatta, hogy ebben két elődje volt.) A »komplex szám« szó is Gausstól ered és ő volt az, aki teljesen egyenlőrangúaknak tekintette a komplex számokat és ugyanazzal a betűvel jelölte a számot, akár valós, akár komplex.

Gauss sok más tudománnyal is foglalkozott, mégpedig oly problémákkal, amelyek megoldása rendkívüli matematikai nehézségekkel járt. Még 1795-ben, 18 éves korában felfedezi a »*legkisebb négyzetek elméletét*«, amelynek segítségével hosszú megfigyelési sorozatokat lehet »kiegyenlíteni« és amelyet ő maga is felhasznál fizikai és csillagászati megfigyeléseiben. A fizikában a *tükörleolvasást* ő találta fel. A földmágnesség elmélete is sokat köszönhet neki.

Világhírét először korszakalkotó csillagászati felfedezéseivel szerezte. Ma már köztudomású, hogy a Mars és Jupiter bolygók között ezernél jóval több kisbolygó kering. Ezek közül a XVIII. század végéig még egyetlen egyet sem ismertek, de a Mars és Jupiter között a nagy hézag miatt a csillagászok már régen gyanították egy bolygó létezését. 1801. január 1-én végül Piazzi (ejtsd Piácci, az á rövid) palermói csillagász megtalálta a kis bolygót és Ceresnek nevezte. De a Ceres 6 heti megfigyelés után a Nap sugaraiban eltűnt. Az akkori pályaszámítási módszerekkel nem lehetett ily rövid megfigyelési idő alapján a bolygó pályáját meghatározni. Gauss zsenialitása segített, oly módszert talált ki, amellyel a Ceres pályáját ki tudta számítani; adatai segítségével 1802. január 2-án meg is találták. Még ugyanebben az évben felfedezték a második kis bolygót, a Pallast; ennek pályaszámítása szintén rendkívüli nehézségekkel járt, amiket csak Gauss tudott leküzdeni.

Gauss gyakorlati földméréssel is foglalkozott, módszerei ebben a tudományban, a geodéziában is alapvetőek. Ez a gyakorlati munka egyszersmind oly gondolatokra vezette, amelyek a tiszta geometriában is rendkívül termékenyeknek bizonyultak és a geometria alapjairól való nagy fontosságú spekulációkra indították. Ebben találkozott Bolyai Jánossal, a nagy magyar matematikussal, akinek apjával, Bolyai Farkassal az egész életén át tartó barátság kapcsolta össze.

Utoljára hagytam egy oly technikai találmányát, mely az életet teljesen átalakította és amely nélkül a mai élet el sem lenne képzelhető.

Gauss Göttingenben a csillagdán lakott, de a fizikai laboratóriumban folyó kísérletek rendkívül érdekelték; mint öregúrnak azonban a zimankós téli időben semmi kedve sem volt a hosszú út megtételére. Erre elkezdett gondolkodni, hogyan kaphatna hírt, anélkül, hogy szobáját el kellene hagynia. A gondolkodást nem hagyta abba, amíg rá nem jött a megoldásra. Így találta fel 1833-ban *a villamos távirót*, amelynek jelentőségével teljesen tisztában volt, de amelynek üzleti lehetőségeit csak Morse amerikai mérnök használta ki 1844-ben, miután 1837-ben szabadalmaztatta.

Áttekintésünkben csak néhány teljesítményét soroltuk fel, de már ezek is elegendők ahhoz, hogy a magyar ifjúság is a legmélyebb hódolattal hajoljon meg emléke előtt.