Válasszuk koordináta-rendszerünk tengelyeinek a CB, CA egyeneseket és legyenek a koordináták $A(0,\, a)$, $B(b,\, 0)$, így $D(b/2,\, 0)$, az AD egyenes tetszőleges pontja $E\big(\lambda b/2,\, (1-\lambda)a\big)$, ahol λ tetszőleges valós szám, a CE egyenes egyenlete pedig

$$y = \frac{2(1-\lambda)a}{\lambda b}\, x,$$

hacsak $\lambda \neq 0$, azaz ha E nem azonos A-val; ezt egyelőre feltesszük. Másrészt az AB egyenes egyenlete

$$x/b + y/a = 1,$$

és így az F metszéspont abszcisszája

$$x_0 = \lambda b/(2-\lambda), \tag{1}$$

ha $\lambda \neq 2$. A $\lambda = 2$ esetben E a $(b, -a)$ pontban, A-nak D-re való tükörképében van, CE párhuzamos AB-vel, F nem jön létre és persze G sem.

A BE egyenes egyenlete

$$y = \frac{2(1-\lambda)a}{b(\lambda-2)}\,(x-b),$$

és a szerkesztés szerint G ennek az (1) abszcisszájú pontja, tehát ordinátája

$$y_0 = 4a\left(\frac{1-\lambda}{2-\lambda}\right)^2,$$

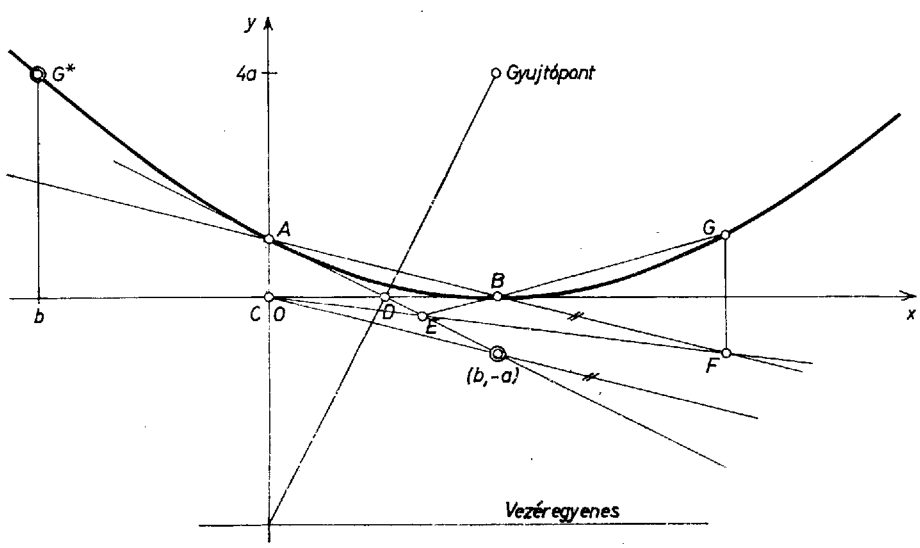
és innen (1) alapján

$$\lambda = 2x_0/(x_0+b) \qquad (x_0 \neq -b) \tag{1'}$$

kiküszöbölésével G koordinátái között a következő összefüggés adódik:

$$y_0 = \frac{a}{b^2}\,(x_0-b)^2. \tag{2}$$

Ez az összefüggés a fent kihagyott $\lambda = 0$ esetben is érvényes, hiszen akkor E-n kívül F és G is A-ban adódik, és A koordinátáival teljesül (2). Azt kaptuk tehát, hogy az egyetlen $(b, -a)$ pont kivételével az AD egyenes minden pontjához tartozik az előírás szerint szerkesztett G pont, és ennek koordinátáira mindig teljesül (2). Ez az összefüggés parabola egyenlete, melynek csúcsa a B pont, csúcsérintője a BC egyenes és a parabola egy pontja A. (Könnyű belátni azt is, hogy a parabola fókusza a B-ben BC-re és D-ben DA-ra emelt merőlegesek metszéspontja.)



Fordítva, meg kell vizsgálnunk, hogy a (2) parabola mely pontjai tartoznak hozzá a keresett mértani helyhez. Legyen $G(x_0,\, y_0)$ olyan pont, melyre teljesül (2). Ez csak az (1′)-ből adódó λ-értékhez tartozó E pontból származhat, és E-ből a fentiek szerint valóban visszakapjuk G-t, hacsak $x_0 \neq -b$, hiszen (1′) értéke nem lehet 2. A parabolának tehát csak az $x_0 = -b$ abszcisszán levő $G^*(-b,\, 4a)$ pontja nem tartozik hozzá a keresett mértani helyhez, más szóval: a mértani helyet a (2) parabolából úgy kapjuk, hogy elhagyjuk belőle a G^* pontot.

Megjegyzés. Megoldható a feladat a projektív geometria [1] tételei alapján is.

[1] Lásd pl.: *Vigassy Lajos:* Geometriai transzformációk, Középiskolai Szakköri Füzetek, Tankönyvkiadó, Budapest, 1963.