Mivel minden pozitív alapú exponenciális függvény értékkészlete pozitív, így egyenletünk ekvivalens a 4^x-nel való átosztás útján keletkező

$$m+n\left(\frac{9}{4}\right)^x=\left(\frac{6}{4}\right)^x=\left(\frac{3}{2}\right)^x$$

egyenlettel, ami az $y=(3/2)^x$ jelöléssel a következőbe megy át:

$$ny^2-y+m=0. \tag{2}$$

Mivel y is csak pozitív lehet, azt kell eldöntenünk, ennek hány pozitív megoldása lehet.

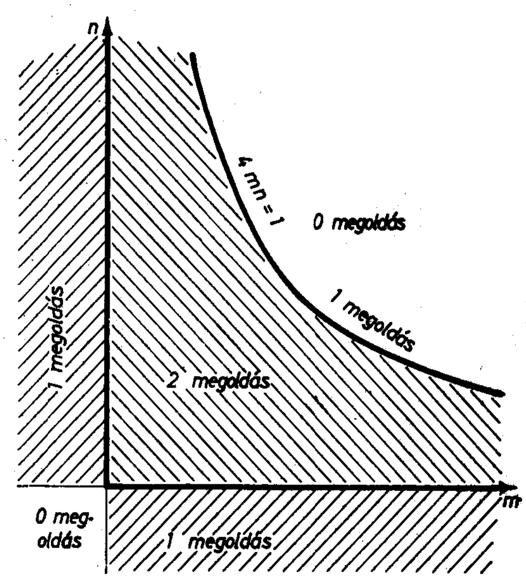
$n=0$ esetén (2) elsőfokú egyenlet, csak $y=m$ lehet, és ez x-re egy megoldást ad, ha $m>0$, mert az exponenciális függvény minden pozitív értéket egyetlen x helyen vesz föl.

Hasonlóan $m=0$ esetén csak az $y=1/n$ gyök ad egy megfelelő x értéket, amennyiben $n>0$.

Ha m, n egyike sem 0, akkor (2)-ből

$$y=\frac{1}{2n}(1\pm\sqrt{1-4mn}).$$

A zárójelből adódó két érték egymással ellenkező előjelű, ha $mn<0$, s így y-ra is, tehát x-re is egy pozitív értéket kapunk, bármi is az n. Ha $0<mn<1/4$, akkor a zárójelbeli értékek pozitívok, így pozitív n esetén két pozitív y (és x) érték adódik, negatív n esetén egy sem. $mn=1/4$-re $y=1/(2n)$ pozitív, ha n pozitív, negatív n-re ismét nincs (1)-nek megoldása, és ugyancsak nincs megoldás, ha $mn>1/4$.



A megoldások számát az m, n koordináta-rendszerben az ábra tünteti fel vonalanként, ill. síkrészenként.

Kemény András (Budapest, Berzsenyi D. Gimn., II. o. t.)
Sztapkovics László (Budapest, Fazekas M. Gyak. Gimn., II. o. t.)