I. megoldás. Válasszuk koordinátatengelyeknek az AB szakasz egyenesét és felező merőlegesét. Ekkor az ABC háromszög A és B csúcsának koordinátái $(-c/2, 0)$, $(c/2, 0)$ ahol $c = AB > 0$ a C csúcséi pedig (x, y). A háromszög területe $|y| \cdot c/2$, eszerint a koordinátákra teljesül

$$AB^2 + BC^2 + CA^2 = c^2 + \left(x - \frac{c}{2}\right)^2 + y^2 + \left(x + \frac{c}{2}\right)^2 + y^2 = 4c \cdot |y|,$$

$$x^2 + (|y| - c)^2 - \frac{c^2}{4} = 0. \tag{1}$$

Ha C egy az x tengely fölötti, ill. alatti megfelelő pont, azaz $y \geq 0$,, ill. $y < 0$, akkor (1) így alakul:

$$(2) \qquad x^2 + (y - c)^2 - c^2/4 = 0, \qquad \text{ill.} \quad (3) \qquad x^2 + (y + c)^2 - c^2/4 = 0,$$

vagyis C rajta van a $(0,\ c)$ és $(0,\ -c)$ középű, $c/2$ sugar körök egyikén.

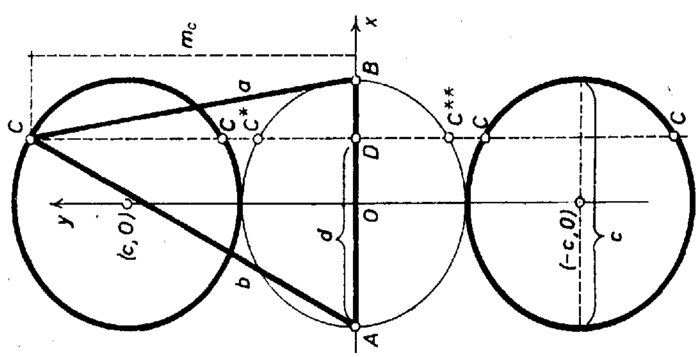
Fordítva, ha (x, y) a két kör valamelyikének pontja, vagyis fennáll (2) vagy (3), akkor a bal oldal 2-szerese olyan különbséggé alakítható, melynek egyik tagja az oldalak négyzetösszege, a másik pedig a háromszög területe abszolút értékének 8-szorosa. Eszerint a két kör kerületének minden pontja a mértani helyhez tartozik.

Zaymus Vince (Pannonhalma, Bencés Gimn., I. o. t.)

II. megoldás. Legyen C vetülete az AB egyenesen D és $AD = d$ (pozitív, ha D az AB félegyenesen van, negatív, ha az A-n túli meghosszabbításon), továbbá $DC = m_c$. Ekkor a szokásos jelölésekkel minden esetben

$$a^2 + b^2 + c^2 = m_c^2 + (c - d)^2 + m_c^2 + d^2 + c^2 = 4\,cm_c,$$
$$(m_c - c)^2 = d(c - d), \quad m_c = c \pm \sqrt{d(c - d)}.$$

A gyökös kifejezés, mint AD és BD mértani középarányosa, az AB átmérőjű kör és a DC egyenes két metszéspontjának, C^*-nak és C^{**}-nak AB-től való távolságát jelenti – ti. amennyiben a DC egyenesen is irányítást vezetünk be. Eszerint C mértani helye a mondott körnek AB-re merőlegesen, $AB = c$ távolságra való eltolásával adódik.



Az eltolás természetesen mindkét irányban lehetséges.

Kérchy László (Baja, III. Béla Gimn., II. o. t.)