

(1<sub>0</sub>) miatt minden  $1 \leq i \leq n$  mellett  $t_i = x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_i \neq 0$ , így szorozhatunk ezekkel a számokkal. Szorozzuk meg az (1<sub>i</sub>) egyenletet  $t_i$ -vel ( $i = 1, 2, \dots, n-1$ ). Kapjuk, hogy

$$\begin{aligned} t_1^2 - 1 &= t_1, \\ t_2^2 - 1 &= t_2, \\ &\vdots \\ &\vdots \\ &\vdots \\ t_{n-1}^2 - 1 &= t_{n-1}. \end{aligned}$$

Tehát mindegyik szorzat a

$$(2) \quad t^2 - 1 = t$$

egyenlet megoldása, így a

$$t' = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}, \quad t'' = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$$

számok egyikével egyenlő.

Mármost a  $t_1, t_2, \dots, t_{n-1}$  számokat a  $t', t''$  számok közül tetszőlegesen megválasztva a rendszer megoldása

$$\begin{aligned} x_1 &= t_1, \\ x_2 &= \frac{t_2}{t_1}, \\ &\vdots \\ &\vdots \\ &\vdots \\ x_{n-1} &= \frac{t_{n-1}}{t_{n-2}}, \\ x_n &= \frac{1}{t_{n-1}}. \end{aligned}$$

Ezek a számok valóban eleget tesznek az (1) rendszernek, hiszen behelyettesítés után (1<sub>0</sub>)-ból azonosságot, (1<sub>i</sub>)-ből a

$$t_i - \frac{1}{t_i} = 1$$

összefüggést kapjuk, ami (2) következménye, tehát választott  $t_i$  értékünk mellett (1) valóban teljesül.

A  $t_1, t_2, \dots, t_{n-1}$  értékrendszert  $2^{n-1}$  különböző módon választhatjuk meg, ennyi tehát a rendszer megoldásainak száma. Pl.  $n = 2$  esetén 3 tizedes jegyre kerekítve

$$\begin{array}{l} x_1 \\ x_2 \end{array} \left| \begin{array}{l} t' = 1,618, \\ 1/t' = 0,618, \end{array} \right| \begin{array}{l} t'' = -0,618, \\ 1/t'' = -1,618. \end{array}$$

$n = 3$  esetén pedig

$$\begin{array}{l} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{array} \left| \begin{array}{l} t' = 1,618, \\ \frac{t'}{t'} = 1, \\ \frac{1}{t'} = 0,618; \end{array} \right| \begin{array}{l} t' = 1,618, \\ \frac{t''}{t'} = -0,384, \\ \frac{1}{t''} = -1,618; \end{array} \left| \begin{array}{l} t'' = -0,618, \\ \frac{t'}{t''} = -2,618, \\ \frac{1}{t'} = 0,618; \end{array} \right| \begin{array}{l} t'' = -0,618, \\ \frac{t''}{t''} = 1, \\ \frac{1}{t''} = -1,618. \end{array}$$

Bármely megoldásban  $x_1$  értéke  $t'$  és  $t''$  valamelyike,  $x_n$  értéke a reciprokok egyike, a közbülső ismeretlenek értéke pedig a  $t'$ -ből és  $t''$ -ből képezhető hányadosok; az  $1, -t'^2$  és  $-t''^2$  értékek valamelyike. Ennek ellenére a mondott  $2^{n-1}$  megoldás mindegyike különböző, hiszen ha két megválasztás először a  $t_k$  értékében különbözik, akkor a megfelelő két megoldás  $x_k$ -ban különbözik.