

Az egyenlőtlenség bal és jobb oldalának különbsége kifejtés után így alakítható:

$$(2) \quad \begin{aligned} x^6 - 3x^4 + 4x^3 - 3x^2 + 1 &= (x-1)(x^5 + x^4 - 2x^3 + 2x^2 - x - 1) = \\ &= (x-1)^2(x^4 + 2x^3 + 2x + 1) \end{aligned}$$

(felhasználtuk, hogy mind a kifejtett különbségben, mind az első átalakítással adódott 5-ödfokú polinomban az együtt-hatók összege 0, eszerint $x = 1$ a polinomnak zérushelye, tehát az $x-1$ gyöktényező kiemelhető). Ennek alapján azokat az x -eket keressük, amelyekre (2) pozitív. Mivel az $(x-1)^2$ tényező az $x = 1$ hely kivételével mindenütt pozitív, $x = 1$ esetén pedig 0, azért (1) megoldását a (2)-ből adódó

$$(3) \quad x^4 + 2x^3 + 2x + 1 > 0$$

egyenlőtlenség megoldása adja, az $x = 1$ hely kizárásával.

(3)-at tovább alakítjuk a bal oldal teljes négyzetté kiegészítése, felbontása és tényezőinek teljes négyzetté való kiegészítése útján:

$$(4) \quad \begin{aligned} (x^2 + x + 1)^2 - 3x^2 &= [x^2 + (1 + \sqrt{3})x + 1][x^2 + (1 - \sqrt{3})x + 1] = \\ &= \left[\left(x + \frac{1 + \sqrt{3}}{2} \right)^2 - \frac{\sqrt{3}}{2} \right] \left[\left(x + \frac{1 - \sqrt{3}}{2} \right)^2 + \frac{\sqrt{3}}{2} \right] > 0. \end{aligned}$$

A második tényező minden x -re pozitív, az első pedig a zérushelyei:

$$x_1 = -\frac{1 + \sqrt{3} + \sqrt{2\sqrt{3}}}{2} (\approx -2,297) \quad \text{és} \quad x_2 = -\frac{1 + \sqrt{3} - \sqrt{2\sqrt{3}}}{2} (\approx -0,435)$$

közi intervallum kivételével mindenütt (a végpontokat ugyancsak kizárva), hiszen benne x^2 együttthatója pozitív.

Ezek szerint (1) megoldása:

$$x < x_1, \quad x_2 < x < 1, \quad x > 1.$$

Megjegyzés. (3) megoldásában kiindulhatunk abból az észrevételből is, hogy bal oldalán az előlről és hátulról számított ugyanannyiadik tagok (amely párokban a kitevők összege 4) együttthatói páronként egyenlők. Ennek alapján az $y = x + \frac{1}{x}$, $x \neq 0$ új változó bevezetésével

$$x^4 + 2x^3 + 2x + 1 = x^2 \left(x^2 + 2x + \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2} \right) = x^2(y^2 + 2y - 2) > 0$$

teljesül, ha

$$y^2 + 2y - 2 > 0, \quad y < -1 - \sqrt{3}, \quad y > -1 + \sqrt{3}.$$

Így azonban kerülő úton jutunk (4)-hez, továbbá külön kell vizsgálnunk az $x = 0$ esetet.