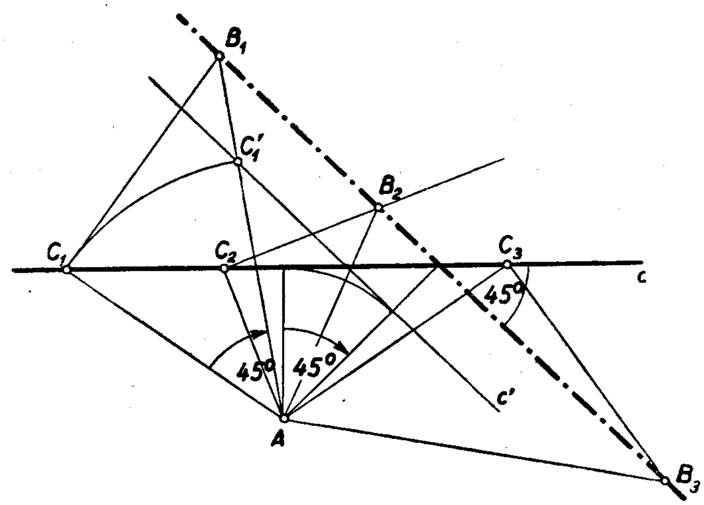
(Megjegyzés a 23. sz. gyakorlathoz.)

Lapunk 111. oldalán szerepel a következő gyakorlat megoldása: »Adva egy A pont és két egyenes: b és c. Szerkesztendő ABC egyenlő szárú derékszögű háromszög, amelynek egyik csúcspontja az adott A pont, a derékszög csúcspontja C a c egyenesen, a B pont a b egyenesen fekszik.«

A feladat I. és II. megoldása egyaránt egy mértani helyet jelöl ki a B vagy C csúcs számára és rejtve ez történik a III. megoldásban is. (A IV. megoldás egyszerűbb gondolattal hasonló ábra megszerkesztésére vezeti vissza a feladatot.) Ezt a mértani helyet mutatjuk be az alábbiakban még egy újabb megvilágításban, amelyben már eltűnnek a szereplő szögek – látszólag lényeges – speciális értékei (45°, 90°) és így egy újabb, hasznos szerkesztési módszerhez jutunk.



Próbálkozzunk a mértani helyek módszerével a következő módon. A B csúcs számára egy mértani helyet ad a b egyenes. Egy újabb mértani helyhez juthatunk, ha éppen arról a feltételről mondunk le, hogy a B csúcs a b egyenesre kerüljön. Ekkor a c egyenes minden C pontjához ABC derékszögű egyenlő szárú háromszöget kell rajzolnunk, melynek a C csúcsban van a derékszöge. Kérdés mi lesz a B csúcsok mértani helye?

A C csúcs minden helyzetéhez két ilyen háromszög rajzolható. Válasszuk ki az egyiket mindig úgy, hogy csupa egyező körüljárású háromszöget kapjunk. Több háromszöget megrajzolva egyenes látszik kialakulni. (Ábránkon a körüljárás iránya az óramutató járásával ellenkező. A b egyenest fel sem tüntettük.) Ez természetes is, hiszen a C_1 pontból eljuthatunk a következő módon is a B_1-hez: a C_1 pontot elforgatjuk A körül 45°-kal a C_1' helyzetbe és az $AC_1' = AC_1$ távolságot még meg is nyújtjuk a $\sqrt{2}$-szeresére. (Az ábrán a forgatás mindig az óramutató járásával egyező irányban történt.) Ha ezt a c egyenes minden pontjával megtesszük, akkor ismét egyenest kapunk, mert az egyenes egyenes marad, ha a síkot A körül elforgatjuk és ha A-ból kiindulva az elforgatott c' egyenes minden pontjának A-tól való távolságát ugyanolyan arányban nyújtjuk vagy összehúzzuk. Az új egyenes a régivel akkora szöget zár be, amekkora szöggel az elforgatás történt (esetünkben 45° az óramutató járásával egyező irányban) és távolsága A-tól, a forgatás középpontjától, úgy aránylik az eredeti egyenes A-tól mért távolságához, mint a nyujtás (összehúzás) aránya. Ezek után könnyű az új mértani helyet megszerkeszteni.

Mint már más esetben is láttuk, itt is a mértani hely egy geometriai transzformációhoz vezetett, amit »*forgatva nyújtás*«-nak nevezhetnénk (jobb név híján). Mint a neve is mutatja két transzformáció egymásutáni alkalmazásából tehető össze, de számunkra éppen azzal vált használhatóvá, hogy a két transzformációt egyidejűleg hajtottuk végre: forgattunk A körül és közben meg is nyújtottunk minden A-tól mért távolságot egy megadott arányban.

Nyilvánvaló, hogy ebben az átalakításban sem a 45°-os szögnek, sem a $\sqrt{2}$-es nyújtási aránynak nem volt különleges szerepe, ugyanígy végezhetünk forgatva nyújtást tetszőleges szöggel és aránnyal is. Ennél a transzformációnál egyenes megfelelője mindig egyenes, általában ez a transzformáció minden idomot hozzá hasonló (és egyező körüljárású) idomba visz át. Így például körből forgatva nyújtással mindig kör keletkezik.

A 23. gyakorlat I. megoldásában e és f a b egyenesnek 45°-kal elforgatott és $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ arányban összehúzott képe és azt bizonyítottuk, hogy a speciális adatok mellett mindkettő az A-ból bocsátott merőleges T talppontján megy át. A II. megoldásban lényegében c 45°-kal elforgatott és $\sqrt{2}$-szörösére nyújtott képéről láttuk be (szintén a speciális értékek kihasználásával), hogy A-nak c-re vonatkozó tükörképén haladnak keresztül, a III. megoldásban pedig utóbbi egyenesek c-vel való metszéspontját határoztuk meg, természetesen szintén a speciális adatok kihasználásával.

Alkalmazásul oldjuk meg (lehetőleg más módszerrel is) a jelen számunkban kitűzött 500* és 501. számú feladatokat.