I. Grafikus megoldásban külön–külön előállítjuk az (1), (2) egyenlet képét az x, y derékszögű koordinátarendszerben, majd leolvassuk a két kép közös pontjainak koordinátáit. Az abszolút érték nem negatív, így (1) bal oldalának egyik tagja sem nagyobb 6-nál, (2) bal oldalának tagjai pedig nem nagyobbak 4-nél.

Legyen $x-1 \geqq 0$, azaz $0 \leqq x-1 \leqq 6$, $1 \leqq x \leqq 7$. Aszerint, hogy

$$x+y \geqq 0, \qquad \text{illetőleg} \qquad x+y \leqq 0,$$

(1) így alakul:

$$2x+y-7=0, \quad \text{ill.} \quad (x-1)-(x+y)-6=-y-7=0.$$

Az elsőből, x alsó és felső határának behelyettesítésével, $x=1$ esetén $y=5$, az $x=7$ esetben pedig $y=-7$, ennélfogva $x-1 \geqq 0$ mellett (1)-et a derékszögű koordinátarendszer

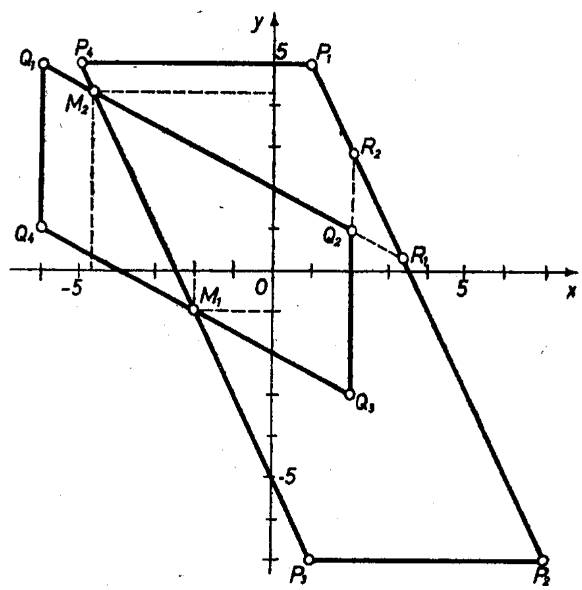
$$P_1(1,\,5), \qquad P_2(7,\,-7), \qquad P_3(1,\,-7)$$

pontjai által határolt P_1P_2 és P_2P_3 szakaszának pontjai elégítik ki.

Hasonlóan $x-1 \leqq 0$, élesebben $-5 \leqq x \leqq 1$ esetén az

$$x+y \geqq 0, \qquad \text{illetőleg} \qquad x+y \leqq 0$$

további feltevés mellett az $y=5$, ill. $y=-5-2x$ egyenletből a P_4P_1, ill. P_3P_4 szakaszt kapjuk, ahol $P_4\,(-5;\,-5)$. Ezek szerint (1) képe a $P_1P_2P_3P_4$ négyszög (ami nyilvánvalóan paralelogramma) kerülete.



Ugyanígy (2) képe a $Q_1Q_2Q_3Q_4$ paralelogramma kerülete, ahol $Q_1\,(-6,\,5)$, $Q_2\,(2,\,1)$, $Q_3\,(2,\,-3)$, $Q_4\,(-6,\,1)$, az oldalak rendre az $x+2y-4=0$, $x=2$, $x+2y+4=0$, $x=-6$ egyenletű egyenes részei. Ennélfogva az egyenletrendszer megoldásait a két paralelogramma kerületének két metszéspontjához tartozó koordináták adják:

$$M_1\text{-ből: } x=-2,\ y=-1;$$
$$M_2\text{-ből: } x\approx -4{,}7, y\approx 4{,}3.$$

II. Számítással úgy kereshetjük a megoldást, hogy az abszolút értékben levő kifejezések minden lehetséges előjelét tekintetbe vesszük és a kapott gyökökre megvizsgáljuk, teljesülnek-e ezek a feltételek. Ez az $x+y < x+y+1$ egyenlőtlenség figyelembevételével is 12 eset megvizsgálását kívánná. Csökkenthetjük azonban az esetek számát, ha először csak $x-1$ és $y-1$ előjelét vesszük figyelembe és minden esetben $x+y=a$-ra keresünk egyenletet.

a) $x \geqq 1$, $y \geqq 1$. Ebben az esetben $x+y \geqq 2$, tehát mindegyik abszolútértékjelben pozitív szám áll:

$$2x+y=7,$$
$$x+2y=7.$$

Az egyenletrendszer megoldása az $R_1\left(\dfrac{10}{1},\,\dfrac{1}{3}\right)$ pont, nem tesz eleget az $y \geqq 1$ feltételnek.

b) $x \geqq 1$, $y < 1$. Az ismert előjelű tagok abszolút értékét képezve az

$$|x+y| = 7-x,$$
(3) $$|x+y+1| = 3+y$$

egyenletrendszert kapjuk. A másodikból kivonva az elsőt

$$|x+y+1|-|x+y=(x+y)-4.$$

Bevezetve az $a=x+y$ jelölést, az

$$|a+1|-|a|=a-4$$

egyenletet kapjuk. A bal oldal értéke -1 és $+1$ között van, tehát a értéke csak a $(3,\,5)$ intervallumban lehet, a és $a+1$ tehát pozitív:

$$(a+1)-a=a-4.$$

Így $a=x+y=5$, ezt (3)-ba helyettesítve az $R_2\,(2,\,3)$ pontot kapjuk, de ez nem tesz eleget az $y<1$ feltételnek.

c) $x<1$, $y\geqq 1$. Az ismert abszolút értékű tagok előjelét képezve

$$\begin{aligned}|x+y|&=5+x,\\ |x+y+1|&=5-y.\end{aligned}\tag{4}$$

E két egyenlet különbsége az $a=x+y$ jelöléssel az

$$|a|-|a+1|=a$$

egyenletre vezet: a bal oldal, és így a értéke is -1 és $+1$ között van, tehát $a+1$ értéke a $(0,\,2)$ intervallumban van, így előjele ismert:

$$|a|=2a+1.$$

a nem lehet pozitiv, mert akkor $a=2a+1$, tehát $a<0$; ezért $3a+1=0$, $a=-1/3$. Ezt (4)-be helyettesítve az $M_2\left(-\dfrac{14}{3},\,\dfrac{13}{3}\right)$ pontot kapjuk, mely eleget tesz feltevéseinknek, tehát megoldás.

d) $x<1$, $y<1$, a fentiekhez hasonlóan

$$\begin{aligned}|x+y|&=5+x\\ |x+y+1|&=3+y.\end{aligned}\tag{5}$$

E két egyenlet összege az

$$|a|+|a+1|=a+8$$

egyenletre vezet, és mivel $x+y<2$, $a<2$. Ha $-1\leqq a\leqq 2$, akkor a bal oldal legfeljebb 5, a jobb oldal legalább 7, így csak $a<-1$ lehet: $-2a-1=a+8$, tehát $a=-3$, és (5) alapján kapjuk a feltételeknek eleget tevő $M_1\,(-2,\,-1)$ pontot.