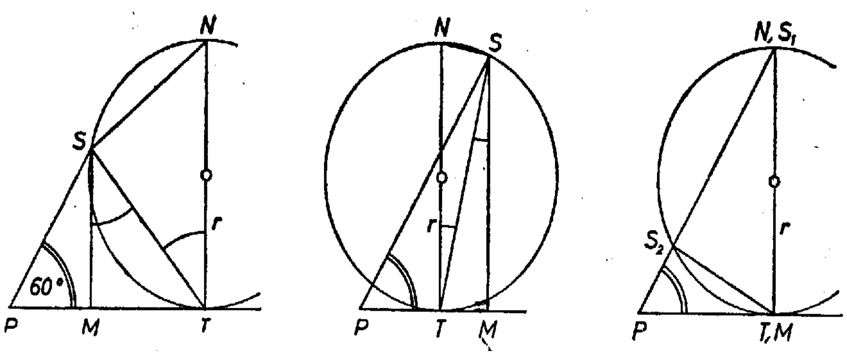
I. megoldás. Legyen a kör sugara r, S vetülete PT-n M, ez különbözzék T-től, és a kör T-ből kiinduló átmérője TN. Ekkor STM és TNS hasonló derékszögű háromszögek, mert S-nél, ill. T-nél levő szögeik váltószögek. Másrészt SM a PS oldalú szabályos háromszög magassága, így

$$\frac{NT}{ST}=\frac{2r}{ST}=\frac{ST}{MS};\qquad r=\frac{ST^2}{2MS}=\frac{PT^2+PS^2-PT\cdot PS}{\sqrt{3}\cdot PS}.$$

Alkalmaztuk a koszinusz-tételt a PTS háromszögre (1. ábra).

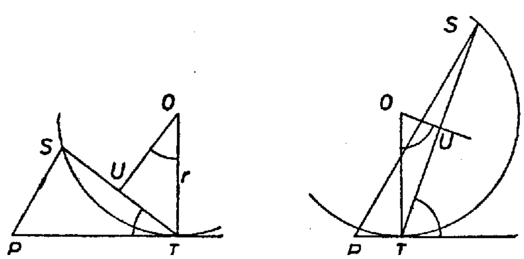


1. ábra

Eredményünk akkor is érvényes, ha S azonos N-nel, vagyis $ST\perp PT$, és így a PTS háromszög egy a magasságával kettévágott szabályos háromszög egyik fele, $PS=2PT$, tehát $NT=\sqrt{3}\cdot PT$, $r=PT\sqrt{3}/2=PS\cdot\sqrt{3}/4$; azonban a $PS=2PT$ észrevételből hamarabb jutunk célba. Hasonlóan egyszerűen kaphatjuk az eredményt abban a speciális esetben is, ha $PT=2PS$, más szóval hogy $PST\sphericalangle=90^\circ$

Hárs László (Budapest, Berzsenyi D. gimn. III. o. t.)

II. megoldás. Legyen a kör O középpontjának vetülete a TS húron U, az O-tól különböző pont.



1. ábra

Így a $TOU\sphericalangle$ szárai merőlegesek a $PTS\sphericalangle$ száraira, ezért a TOU derékszögű háromszögből, valamint a PTS háromszögre a szinusz-tételt alkalmazva

$$\sin TOU\sphericalangle=\frac{TU}{r}=\frac{TS}{2r}=$$
$$=\sin PTS\sphericalangle=PS\frac{\sin TPS\sphericalangle}{TS}=\frac{PS\sqrt{3}}{2TS}.$$

A két eredményt összehasonlítva és alkalmazva a koszinusz-tételt:

$$r=\frac{TS^2}{\sqrt{3}\cdot PS}=\frac{PT^2+PS^2-PT\cdot PS}{\sqrt{3}\cdot PS}.$$

Amennyiben U azonos O-val, akkor az $ST\perp PT$ speciális eset áll fenn, amit már az I. megoldásban láttunk.

Faragó István (Budapest, Könyves Kálmán gimn. III. o.t.)