Legyen az adott sorozat n-edik tagja a_n, ill. b_n, differenciájuk d_a, ill. d_b, ekkor (természetesen föltéve, hogy $n>1$):

$$d_a=\frac{a_n-a_1}{n-1}=\frac{s_a-2a_1}{n-1},\qquad d_b=\frac{s_b-2b_1}{n-1}.$$

Ezek alapján a harmadik sorozat i-edik tagja

$$\begin{aligned}a_ib_i&=\left[a_1+(i-1)d_a\right]\left[b_1+(i-1)d_b\right]=\\&=a_1b_1+(a_1d_b+b_1d_a)(i-1)+d_ad_b(i-1)^2,\end{aligned}$$

végül a négyzetszámok összegének ismert képlete alapján a kérdéses összeg

$$\begin{aligned}S&=a_1b_1+a_2b_2+\ldots+a_ib_i+\ldots+a_nb_n=\\&=na_1b_1+(a_1d_b+b_1d_a)\left[0+1+\ldots+(i-1)+\ldots+(n-1)\right]+\\&+d_ad_b\left[0+1^2+\ldots+(i-1)^2+\ldots+(n-1)^2\right]=\\&=na_1b_1+\frac{a_1s_b+b_1s_a-4a_1b_1}{n-1}\cdot\frac{(n-1)n}{2}+\\&+\frac{(s_a-2a_1)(s_b-2b_1)}{(n-1)^2}\cdot\frac{(n-1)n(2n-1)}{6}=\\&=\frac{n}{6(n-1)}\left[(2n-1)s_as_b-(n+1)(a_1s_b+b_1s_a-2a_1b_1)\right].\end{aligned}$$

Az utolsó zárójel $a_1b_n+b_1a_n$ alakban is írható.

Lőrincz Éva (Szekszárd, Garay J. gimn. IV. o. t.)
Wittmann Róbert (Budapest, Piarista gimn. IV. o. t.)