A feltevések miatt az adott egyenletek valóban másodfokúak, továbbá gyökeik valósak. Legyen röviden

$$b^2-4ac=d^2 \quad \text{és} \quad \beta^2-4\alpha\gamma=\delta^2.$$

Feltesszük azt is, hogy $a>0$, $\alpha>0$, amit – ha kell – az adott egyenletek (-1)-gyel való szorzásával elérhetünk. Ekkor pl. $x_1=(-b-d)/2a$, $y_2=(-\beta+\delta)/2$, ahol d és δ a diszkrimináns nem-negatív négyzetgyökét jelenti.

Egy-egy a követelményeknek megfelelő egyenlet a gyökök és együtthatók közti ismert összefüggések alapján

(2)
$$z^2-(z_1+z_2)z+z_1z_2=0,$$

ill.

(3)
$$u^2-(u_1+u_2)u+u_1u_2=0.$$

Az elsőfokú tag együtthatója (1) szerint, majd a mondott összefüggéseket az adott egyenletekre alkalmazva (2) esetében

$$-(z_1+z_2)=-(x_1+x_2)-(y_1+y_2)=\frac{b}{a}+\frac{\beta}{\alpha}=\frac{1}{a\alpha}(a\beta+\alpha b),$$

és (3) esetében ugyanennyi. Az ismeretlent nem tartalmazó tag pedig

$$z_1z_2=x_1x_2+y_1y_2+x_1y_2+x_2y_1=\frac{c}{a}+\frac{\gamma}{\alpha}+\frac{1}{4a\alpha}\left[(-b-d)(-\beta+\delta)+\right.$$
$$\left.+(-b+d)(-\beta-\delta)\right]=\frac{2a\gamma+2\alpha c+b\beta-d\delta}{2a\alpha},$$

ill. hasonlóan

$$u_1u_2=x_1x_2+y_1y_2+x_1y_1+x_2y_2=\frac{2a\gamma+2\alpha c+b\beta+d\delta}{2a\alpha}.$$

Ezek alapján egy-egy megfelelő egyenlet, a törtek eltávolításával:

$$2a\alpha z^2+2(a\beta+\alpha b)z+(2a\gamma+2\alpha c+b\beta-d\delta)=0,$$
$$2a\alpha u^2+2(a\beta+\alpha b)u+(2a\gamma+2\alpha c+b\beta+d\delta)=0.$$

Fodor István (Budapest, Kölcsey F. gimn. III. o. t.)