Középiskoláink színvonalának emelésére a budapesti tanterület főigazgatója minden tantárgyból pályázatot hirdetett és a tanév végén tanulmányi versenyt rendezett a budapesti középiskolák tanulói számára. Ezek egyöntetűen mutatták, hogy a tanuló ifjúság elismerést érdemlő komoly és eredményes munkát végzett.

A verseny matematikai részéről szólva, hadd idézzünk egy jóleső elismerést eddigi- és buzdítást a további munkánkra a bírálóbizottság jelentéséből:

„A ‚szegedi példatár' címen ismert, litografált kiadvány jó hatása a versenyzők dolgozatában megmutatkozott. Bátran mondhatjuk, hogy a középiskolák számára szóló matematikai lap újraszületésére elérkezett az idő. Nem csupán a tehetségek nevelését, a tanulmányi versenyek magasabb színvonalát előkészíteni hivatott ez a folyóirat. Magyarország fél évszázadon át a világirodalom legügyesebb ilyen célú folyóiratával rendelkezett. Kultúrkötelesség megindítani ezt a folyóiratot."

A mennyiségtani pályázat önálló feladatok készítését és megoldását tűzte ki feladatul. Ezzel a tudományos munka legnehezebb és legtöbb önállóságot követelő funkciójában, a probléma felvetésben tette próbára leendő matematikusainkat. A beérkezett 12 dolgozat közül a nyertesek a következők:

I. díjat nyert: Gaál Egon (Ciszt. Szt. Imre gimn. VIII. o.).
II. díjat nyert: Székely-Doby Sándor (Áll. Szt. László gimn. VIII. o.)
A *III. díjat* nem adták ki.
A további helyezés: IV.: Szabó György VIII. o. áll. Petőfi Sándor gimn. *V.:* Szathmári Dezső VIII. o. sz. főv. közs. Eötvös József gimn. *VI.:* Glück Vera VIII. o. és Sós Vera VII. o. pesti izr. hitközs. leánygimn.

A tanulmányi verseny eredménye:

I. díj: Gaál Egon (Cisztercirendi gimn. VIII. o.)
II. díj: Magyar Ádám Szilveszter (Cisztercirendi gimn. VIII. o.)
III. díj: Székely-Doby Sándor (Áll. Szent László gimn. VIII. o.)
IV. díj: Szabó György (Áll. Petőfi Sándor gimn. VIII. o.)
V. díj: Bede István (Ref. gimn. VIII. o.)
VI. díj: Máyer Imre (Orsz. Rabbiképző int. VIII. o.)

A tanulmányi verseny indulóinak két feladattal kellett megbirkózniok:

1. Bizonyítsuk be, hogy csupa egyesből álló szám (tízes számrendszerben) nem lehet egész számnak a négyzete.

2. Legyen az $ABCD$ négyszögnek AC átlója, egyben szimmetriatengelye is. Bizonyítsuk be, hogy a szemközti oldalakra szerkesztett, kifelé forduló négyzetek középpontját összekötő egyenes 45°-os szögben metszi az AC egyenest.

Mivel a verseny jeligés volt, a nyertes dolgozatokon kívül a többinek csak a jeligéjét tudjuk közölni.

Az 1. feladat megoldása: Egy-jegyű megoldás van: $1^2 = 1$. A többjegyűek közül 1-re csak 1-gyel, vagy 9-cel végződő szám négyzete végződik. Mivel $(10a+ +b)^2 = 100a^2 + 10 \cdot 2ab + b^2$, tehát ha itt $b = 1$, vagy 9, akkor a négyzet utolsó előtti jegye $2ab$ utolsó jegye, vagy ennél 8-cal több, tehát mindenesetre páros szám, de akkor nem lehet 1.

Megoldották: Gaál E., Magyar Á. Sz., Székely-Doby S., Szabó Gy., Bede I. Továbbá a „Backhaus 4445", „Matu proprio 3241", „Isten segíts 7135", „Gauss 2332", „1897 Forstian et haec olim meminisse iuvabit", „Logaritmus 1249", „Ludolph 3.141", „Homeros 1248", „Légy jó mindhalálig 6325" jeligés dolgozatok.

Ezt a megoldást pedzik még: az „Omega 1222", „Számelmélet 5174", „Inverzió 5071", „Világ Proletárjai egyesüljetek 2000" jeligés dolgozatok.

Megjegyzés: Mivel minden páratlan számjegy négyzete páros számú (esetleg 0) 10-est tartalmaz, minden páratlan szám négyzetének utolsó előtti jegye is páros. Így csupa egyenlő jegyből álló páratlan négyzetszám sincs az 1 és 9 kivételével. De páros sincs, 0 és 4 kivételével, mert a többi 4-re, vagy 6-ra végződik. Csupa 4-esből nem állhat négyzetszám, mert akkor a negyede csupa 1-esből álló négyzetszám lenne. A csupa 6-osból álló számok viszont párosak, de nem oszthatók 4-gyel, tehát nem négyzetszámok.

Gaál Egon.

II. megoldás: $10^{n-1} + 10^{n-2} + \ldots + 10 + 1 = \dfrac{10^n - 1}{9}$. Ha ez négyzetszám, akkor $10^n - 1$-is, ami csupa 9-esből áll. Az I. megoldáshoz hasonlóan látható azonban, hogy a 9-esre végződő négyzetszámok utolsó előtti jegye páros.

Megoldotta a „Carpe diem 1234" jeligés dolgozat.

A megoldás lényegére azonban a

III. megoldás mutat rá: Csupa 1-re csak páratlan, tehát $2K + 1$ alakú szám négyzete végződhet

$$(2K + 1)^2 = 4K(K + 1) + 1$$

4-gyel osztva 1-et ad maradékul (sőt még 8-cal osztva is, mert K és $K + 1$ közül az egyik páros), egy csupa 1-esből álló szám viszont az 1 kivételével ugyanannyit, mint 11, tehát 3-at.

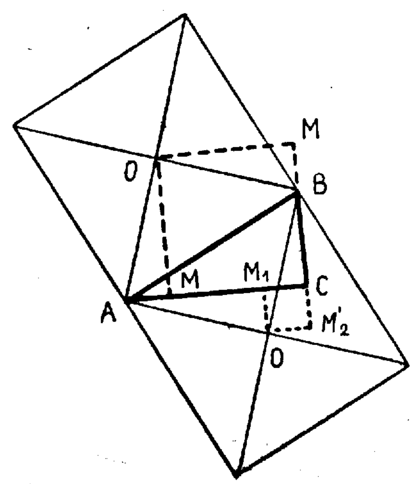
Mayer Imre.

A *2. feladat* szép példa arra a tapasztalatra, hogy néha egy tételt könnyebb bebizonyítani, ha rájövünk, hogy több is igaz, mint amennyit be kell bizonyítanunk. Itt is könnyebb megmutatni és ezt mutatták meg tulajdonképpen azok is, akik nem fogalmazzák meg az általánosabb tételt – hogy:

minden olyan négyszögben, melyben az átlók merőlegesek, a szemközti oldalakra rajzolt négyzetek középpontja az átlók szögfelezőin fekszik. Ezt a tényt *Gaál Egon* és *Magyar Á. Szilveszter* vette észre.

Állításunkhoz a következőt mutatjuk meg: Bármely derékszögű háromszögben az átfogóra rajzolható négyzetek középpontját a derékszögű csúccsal összekötő egyenesek a befogókkal 45°-os szöget zárnak be.

I. megoldás: Legyen a négyzetek középpontja O ill. O'. Belőlük az AC és BC befogóra bocsátott merőlegesek talppontja M_1, M_2, ill. M_1', M_2' (8. ábra).



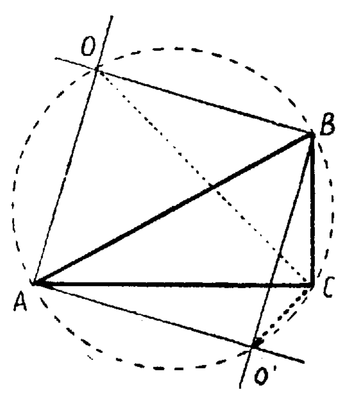
8. ábra

Ekkor $OM_1A\triangle \cong OM_2B\triangle$ és $O'M_1'A\triangle \cong O'M_2'B\triangle$, mert derékszögűek, továbbá $OA = OB$, ill. $O'A = O'B$, végül $AOM\sphericalangle = BOM_2\sphericalangle$, ill. $O'AM_1'\sphericalangle = O'BM_2'\sphericalangle$, mint merőleges szárú szögek.

Gaál Egon

Pedzi: Bede I.

II. megoldás: Az A, O, O', B, C pontok (9. ábra) egy körön helyezkednek el, mivel az AB szakasz a C, O és O' pontokból derékszög alatt látszik.



9. ábra

Így, mint közös íven nyugvó kerületi szögek,

$$OCA\sphericalangle = OBA\sphericalangle = 45° \text{ és } O'CA\sphericalangle = O'BA\sphericalangle = 45°$$

Gaál Egon

Megoldotta: Magyar Á. Sz., Székely-Doby S., Szabó Gy.
Csak rombuszra: a „Bolyai 1370” jeligés dolgozat.
Részben jól az „Inverzió 5071” és „Fő az egészség 1217” jeligés dolgozat.

(A beszámolót összeállította: Surányi János.)