I. megoldás. Legyen a hozzáadott szám x, ekkor a számtani sorozat három egymás utáni tagjának ismert tulajdonsága szerint

$$\sqrt{5+x}+\sqrt{10+x}=2\sqrt{7+x}.$$

Négyzetre emeléssel és átrendezéssel

$$2\sqrt{(5+x)(10+x)}=(28+4x)-(15+2x)=13+2x.$$

Újabb négyzetre emeléssel $x=-31/8$, más szám nem elégítheti ki a követelményt. Ez valóban kielégíti, ha a sorozat mindhárom tagját pozitívnak vesszük:

$$\frac{3}{2\sqrt{2}},\qquad \frac{5}{2\sqrt{2}},\qquad \frac{7}{2\sqrt{2}},$$

és akkor is, ha mindhármat negatívnak. Az első esetben $1/\sqrt{2}$ a sorozat különbsége, a második esetben $-1/\sqrt{2}$.

Gulyás Imre (Budapest, Piarista g. II. o. t.)
Takács Cecilia (Veszprém, Lovassy L. g. III. o. t.)

II. megoldás. Legyen a sorozat középső tagja a, különbsége d, a hozzáadott szám ismét x; ezekre fennáll

$$5+x=(a-d)^2,\qquad 7+x=a^2,\qquad 10+x=(a+d)^2.$$

Az első és a harmadik egyenlet összegéből a második 2-szeresét kivonva

$$1=2d^2,\qquad d=\pm 1/\sqrt{2}=\pm\sqrt{0,5}.$$

A másodikból az elsőt kivonva

$$2=2ad-d^2,\qquad a=\frac{2+d^2}{2d}=\frac{5}{4d}=\pm\frac{5}{2\sqrt{2}}=\pm\sqrt{3,125}.$$

Végül a második egyenletből

$$x=a^2-7=-\frac{31}{8}.$$

Eszerint két sorozat teljesíti a feltételeket, a $\sqrt{0{,}5}$ különbségű sorozat középső tagja $\sqrt{3{,}125}$, a $-\sqrt{0{,}5}$ különbségűé $-\sqrt{3{,}125}$, de a hozzáadott tag mindkét esetben $-31/8$.

Gádoros Gabriella (Tatabánya, Árpád g. III. o. t.)
Váli László (Budapest, I. István g. I. o. t.)