Az $n/73$ tizedes tört alakját előállító osztás nem fejeződhet be, semelyik részletosztás után nem lehet 0 a maradék, mert az első lépésben n után, a továbbiakban az előző maradék után írunk annyi (egy vagy két) 0-t, hogy 73-nál nagyobb (de 730-nál kisebb) részletosztandót kapjunk; ebből levonva 73 és egy egyjegyű szám szorzatát, nem 0-ra végződő számot vonunk le, s így újra 0-tól különböző a maradék.

Legyenek a hányados egymás utáni számjegyei $j_1, j_2, \ldots$, a megállapításuk utáni maradék $r_2, r_3, \ldots$, szokás szerint a helyi érték feltüntetése nélkül, vagyis minden r_s egész szám, és $0 < r_s < 73$.

Tegyük fel, hogy valamely n számláló esetén fellép egymás után két egyenlő tizedesjegy a hányadosban: $j_s = j_{s+1} = j$. Ekkor a $10r_s : 73$ és $10r_{s+1} : 73$ részletosztásokból

$$\begin{aligned} 10r_s &= 73_j + r_{s+1}, \\ 10r_{s+1} &= 73_j + r_{s+2}, \end{aligned}$$

az első egyenlet 10-szereséhez hozzáadva a másodikat

$$\begin{aligned} 100r_s &= 803_j + r_{s+2}, \\ 100(r_s - 8j) &= \quad 3j + r_{s+2}. \end{aligned}$$

Ez azonban lehetetlen, mert

$$0 < r_{s+2} + 3j < 73 + 3 \cdot 9 = 100.$$

b) Az $m/97$ tört esetében ugyanezen jelölésekkel és feltevéssel

$$10r_s = 97j + r_{s+1}, \quad 10r_{s+1} = 97j + r_{s+2},$$

$$100r_s = 1067j + r_{s+2},$$

$$67j + r_{s+2} = 100(r_s - 10j). \tag{1}$$

A 67-es szám szóba jövő többszöröseinek kétjegyű végződései ($j = 0, 1, \ldots, 9$ esetén) rendre: **00**, 67, 34, **01**, 68, 35, **02**, 69, 36, **03**, a kövér számjegyekkel szedett végződésű többszörösök a legnagyobb lehetséges $r_{s+2} = 96$ értékkel együtt sem érik el 100-nak legközelebbi többszörösét. Eszerint a bennük felhasznált $j = 0$, 3, 6 és 9 számjegy nem léphet fel kétszer egymás után $m/97$ szakaszos tizedes tört alakjában. A további hat számjegy viszont felléphet, hozzájuk (1) alapján rendre egy-egy megfelelő m értéket ad a következő számítás, s értékét mindig 1-nek véve:

$$\begin{array}{rrrrrrr} j_s = j_1 = j_2 = & 1 & 2 & 4 & 5 & 7 & 8, \\ r_{s+2} = r_3 = & 33 & 66 & 32 & 65 & 31 & 64, \\ r_1 = m = & 11 & 22 & 43 & 54 & 75 & 86. \end{array}$$

Takács László (Sopron, Széchenyi I. Gimn.)

Megjegyzések. 1. A feladat *a)* részében elég lett volna belátni, hogy $j_1 \neq j_2$, hiszen bármely r_s maradékra teljesül az n-re vonatkozó feltevés.

Moson Péter (Budapest, Fazekas M. Gyak. Gimn.)

2. Az iskolai függvénytáblázat[1] idevágó táblázata szerint $1/97$ szakasza 96 jegyű, vagyis csak akkor kezdődik új szakasz, ha az $1, 2, \ldots, 96$ maradékoknak már mindegyike fellépett. Eszerint m minden szóba jövő értéke esetén fellép a szakaszban valahol egymás után két-két 1-es, 2-es, 4-es, 5-ös, 7-es és 8-as számjegy.

[1] *Lóky Béla – Pávó Imre:* Négyjegyű függvénytáblázatok, 19. Kiadás, Tankönyvkiadó, Budapest, 1961. 28. o.