Legyen röviden $x+y+z=u$, és írjuk át az egyenleteket a következő alakba:

$$xyu+xzu=1170,$$
$$xyu+yzu=1008,$$
$$xzu+yzu=1458.$$

Ez az xyu, xzu, yzu ismeretlenekre vonatkozóan elsőfokú egyenletrendszer; a három ismeretlen összege $(1170+1008+1458)/2=1818$, így

$$yzu=1818-1170=648,\qquad xyu=360,\qquad xzu=810. \tag{2}$$

Az eredeti egyenletek szerint az itt fellépő tényezők egyike sem 0, ezért az első szorzatot az utóbbi kettővel osztva megkapjuk az eredeti ismeretlenek párjainak arányát:

$$\frac{z}{x}=\frac{648}{360}=\frac{9}{5},\qquad \frac{y}{x}=\frac{4}{5},\qquad z=\frac{9x}{5},\qquad y=\frac{4x}{5}.$$

Végül ezeket a kifejezéseket pl. az első egyenletbe helyettesítve

$$x\cdot\frac{13x}{5}\cdot\frac{18x}{5}=1170,\qquad x^3=125,$$

ennek egyetlen valós megoldása $x=5$, és ebből $y=4$, $z=9$.

Mindig ekvivalens egyenletre tértünk át, ezért a megoldás kielégíti (1)-et.

Andor Csaba (Budapest, Berzsenyi D. g. III. o. t.)
Rácz Éva (Makó, József A. g. III. o. t.)

Megjegyzés. A jobb oldali állandókat rendre a, b, c-vel és összegüket $2s$-sel jelölve hasonlóan

$$xyu=s-c,\qquad xzu=s-b,\qquad yzu=s-a,$$
$$y=\frac{s-a}{s-b}\cdot x,\qquad z=\frac{s-a}{s-c}\cdot x,$$
$$\frac{(s-a)^2}{(s-b)(s-c)}\left(\frac{1}{s-a}+\frac{1}{s-b}+\frac{1}{s-c}\right)x^3=1,$$
$$x=\frac{1}{s-a}\sqrt[3]{\frac{(s-a)^2(s-b)^2(s-c)^2}{ab+ac+bc-s^2}},$$

hacsak a, b, c egyike sem egyenlő a másik kettő összegével.