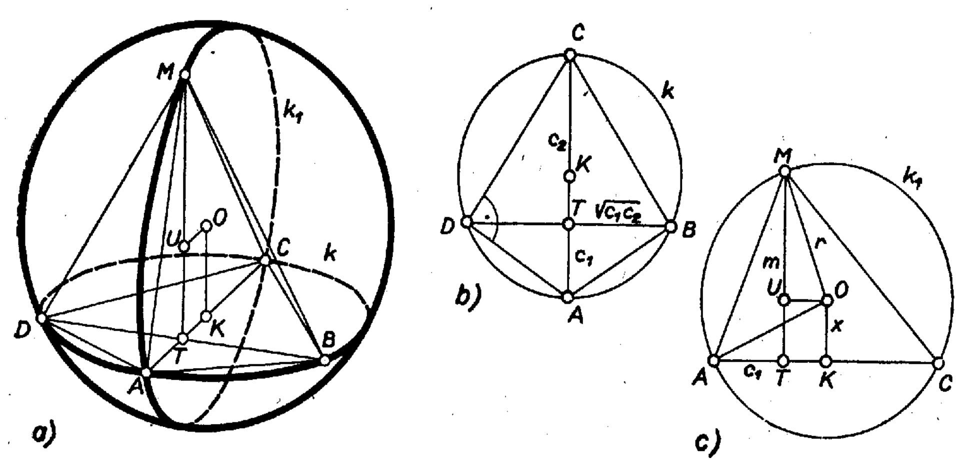
Ahhoz, hogy a gúla köré gömböt lehessen írni, alapdeltoidjának húrnégyszögnek kell lennie. Ha ez teljesül, akkor lehet is gömböt írni a gúla köré. Jelöljük ugyanis a deltoid köré írt kört k-val; középpontját K-val, a gúlának a deltoid fölötti csúcsát M-mel; ekkor a KM egyenesen átmenő, és az alap S síkjára merőleges sík k-ból egy AC átmérőt metsz ki, és az ACM háromszög köré írt k_1 kör O középpontja rajta van a K-ban S-re állított merőlegesen. Így pedig k minden pontja ugyanannyira van O-tól, mint pl. A, és ugyanennyire van M is O-tól, tehát az O körüli OM sugarú gömb átmegy a gúla mindegyik csúcsán.



Az alapdeltoid c_1, c_2 részekre osztott átlója szimmetriatengely, mert a másik – rá merőleges – átlót két egyenlő részre osztja. Ez az átló a deltoidot két derékszögű háromszögre bontja, mert a háromszögnek az átlót c_1, c_2 részekre bontó magassága $\sqrt{c_1c_2}$ hosszúságú, ez pedig az ismert mértani középarányossági tétel szerint a derékszögű háromszögre teljesül, és más háromszögre nem. Így a deltoid húrdeltoid.

Legyen az alapidom átlóinak metszéspontja T, O vetülete az MT egyenesen U, $KO = x$ és $OA = r$ (ha O az S alatt van, akkor $x < 0$). Így az MOU derékszögű háromszögben $MU = m - x$, $OU = KT = |c_1 - c_2|/2$, az OAK háromszögben pedig $AK = (c_1 + c_2)/2$, ennélfogva

$$r^2 = (m-x)^2 + \frac{(c_1 - c_2)^2}{4}, \quad r^2 = x^2 + \frac{(c_1+c_2)^2}{4},$$

amiből egyrészt kivonással

$$x = \frac{m^2 - c_1c_2}{2m} = \frac{m}{2} - \frac{c_1c_2}{2m},$$

másrészt visszahelyettesítéssel

$$r^2 = \frac{m^2}{4} + \frac{c_1^2c_2^2}{4m^2} + \frac{c_1^2}{4} + \frac{c_2^2}{4} = \frac{1}{4m^2}(m^2 + c_1^2)(m^2 + c_2^2),$$

végül $r = MA \cdot MC/2m$. KO első kifejezése szerint $2mx = TM^2 - TB^2$, vagyis O az alapsík fölött, rajta, ill. alatta adódik aszerint, hogy $TM \gtreqless TB$.

Pap Márta (Budapest, Kölcsey F. g. III. o. t.)