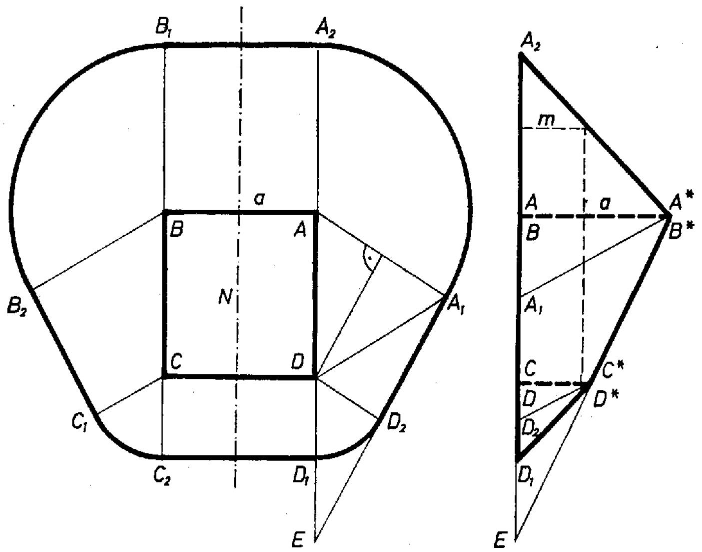
I. Legyen az alapidom magja az $ABCD = N$ négyzet, a csúcsokban álló oszlop felső végpontja rendre A^*, B^*, C^*, D^* úgy, hogy $AA^* = BB^* = a$, $CC^* = DD^* = a/2$, az alapidomot határoló, N csúcsai körüli ívek rendre A_1A_2, B_1B_2, C_1C_2, D_1D_2, az egyenesszakaszok A_2B_1, B_2C_1, C_2D_1 és D_2A_1. A sátor szimmetrikus az AB szakasz felező merőleges síkjára nézve. Az 1. ábra a sátor felülnézetét és oldalnézetét mutatja be.



1. ábra

Az AA_1D_2D derékszögű trapézban $DAA_1\sphericalangle = 60°$, mert a D-ből húzott magasság felezi az AA_1 alapot, hiszen talppontjának A_1-től való távolsága DD_2-vel, azaz $a/2$-vel egyenlő, így ez a magasság az A csúccsal egy szabályos háromszög felét adja. Másrészt $A_2B_1 \parallel AB \parallel D_1C_2$, A_2 és D_1 az AD egyenesen van, az A_1A_2 ív középponti szöge $120°$, a D_1D_2 ívé $60°$, tehát hosszuk $a \cdot 2\pi/3$, ill. $a \cdot \pi/6$.

A DD_2D^* derékszögű háromszög az AA_1A^* derékszögű háromszögnek $2:1$ arányú kicsinyítettje. Nyilvánvaló ugyanis, hogy A^*D^* és A_1D_2 az A-nak D-re vett E tükörképében metszik egymást, és a két háromszög síkja párhuzamos, mert A-nál, ill. D-nél levő szögeik egyállásúak. Eszerint A^*, A_1, D_2, D^* egy síkban van, $A^*A_1 = a\sqrt{2}$, így $D^*D_2 = a/\sqrt{2}$.

Az ADD^*A^* és ADD_2A_1 derékszögű trapézból $A^*D^* = a\sqrt{5}/2$, $A_1D_2 = a\sqrt{3}/2$. Így a ponyva 2–2 szimmetrikus kúppalást-részének és az A^*D^*, B^*C^* élekről lefutó trapézok területének összege

$$T_1 = 2\left(\frac{1}{2}\cdot a\cdot\frac{2\pi}{3}\cdot a\sqrt{2}+\frac{1}{2}\cdot a\cdot\frac{\pi}{6}\cdot\frac{a}{\sqrt{2}}+\frac{a\sqrt{2}+a/\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{a\sqrt{3}}{2}\right) = 3\sqrt{2}\,(\pi+\sqrt{3})\cdot\frac{a^2}{4}.$$

Másrészt a sorban egymáshoz csatlakozó $A_2B_1B^*A^*$, $A^*B^*C^*D^*$, $D^*C^*C_2D_1$ téglalapok területének összege, majd a ponyva T területe:

$$T_2 = a\left(a\sqrt{2}+a\frac{\sqrt{5}}{2}+\frac{a}{\sqrt{2}}\right) = (3\sqrt{2}+\sqrt{5})\cdot\frac{a^2}{2},$$

$$T = T_1 + T_2 = \left(3\sqrt{2}(2+\sqrt{3}+\pi)+2\sqrt{5}\right)\frac{a^2}{4} \approx 8{,}41\,a^2.$$

A sátor térfogatának az $A^*D^*D_2A_1$ trapéz alatti része a fentebbiek szerint 3 oldalú csonkagúla. Így a térfogatból az A^*AD és B^*BC síkokon kívül eső részek összege

$$V_1 = 2\left(\frac{a^2\pi}{3}\cdot\frac{a}{3}+\frac{\pi}{6}\left(\frac{a}{2}\right)^2\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{a}{2}+\frac{1}{3}\left(\frac{a^2}{2}+\frac{a^2}{8}+\frac{a^2}{4}\right)\cdot\frac{a\sqrt{3}}{2}\right) = (17\pi+21\sqrt{3})\cdot\frac{a^3}{72},$$

a két sík közti hasábok térfogatának összege

$$V_2 = a\left(\frac{a^2}{2}+\frac{3a^2}{4}+\frac{a^2}{8}\right) = \frac{11a^3}{8},$$

és így a sátor térfogata

$$V = (99+21\sqrt{3}+17\pi)\cdot\frac{a^3}{72} \approx 2{,}62a^3.$$

Végül az alapterület, a részeket a fenti két számítás rendjében felsorolva

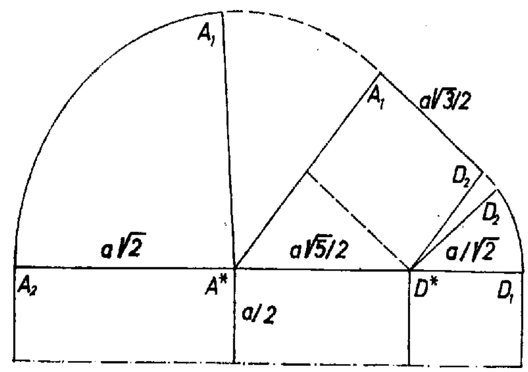
$$t=2\left(\frac{a^2\pi}{3}+\frac{a^2\pi}{6\cdot 4}+\frac{1}{2}\cdot\frac{3a}{2}\cdot\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)+a\frac{5a}{2}=\frac{a^2}{4}\left(3(\pi+\sqrt{3})+10\right)\approx 6{,}16\,a^2,$$

ennélfogva az átlagmagasság

$$m=\frac{V}{t}=\frac{99+21\sqrt{3}+17\pi}{10+3\sqrt{3}+3\pi}\cdot\frac{a}{18}\approx 0{,}426a.$$

Az $a=15$ m adat behelyettesítésével $T=1892\ \mathrm{m}^2$, $V=8850\ \mathrm{m}^3$, $t=1385\ \mathrm{m}^2$, $m=6{,}40$ m.

II. A ponyva kiterítési tervéhez (2. ábra) a fent megállapított méreteket csak a kúppalást-részek középponti szögével kell kiegészítenünk.



2. ábra

Az $\alpha=$ ív/sugár összefüggés alapján az A^* csúcsnál levő szög $(2\pi a/3):(\sqrt{2}a)=\sqrt{2}\pi/3\approx 1{,}481$ radián $=84{,}9^\circ$, a D^*-nál levő pedig ennek fele, $42{,}4^\circ$.

Sugár László (Budapest, I. István g. IV. o. t.)
Körmendi Sándor (Szombathely, Latinka S. Gépip. T. IV. o. t.)