

I. Legyen a sorozat n -edik tagja a_n . A definíció szerint $n \geq 2$ esetén

$$(1) \quad a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{4}.$$

Ezt alkalmazva a számláló tagjaira $n - 1 \geq 2$, azaz $n \geq 3$ esetén

$$a_n = \frac{1}{4} \left(\frac{a_{n-2} + a_n}{4} + \frac{a_n + a_{n+2}}{4} \right) = \frac{1}{16} (a_{n-2} + 2a_n + a_{n+2}).$$

Ezt a_n -re megoldva a keresett összefüggés:

$$(2) \quad a_n = \frac{1}{14} (a_{n-2} + a_{n+2}).$$

II. Hasonlóan (2) alapján, $n - 2 \geq 3$, azaz $n \geq 5$ esetén

$$(3) \quad a_n = \frac{1}{14} \left(\frac{a_{n-4} + a_n}{14} + \frac{a_n + a_{n+4}}{14} \right), \quad a_n = \frac{1}{194} (a_{n-4} + a_{n+4});$$

$$(4) \quad a_n = \frac{1}{194} \cdot \frac{a_{n-8} + 2a_n + a_{n+8}}{194}, \quad a_n = \frac{a_{n-8} + a_{n+8}}{37\,634},$$

ha $n - 4 \geq 5$, azaz $n \geq 9$. A megadott tagok indexeinek különbsége éppen $9 - 1 = 8$, másrészt a keresett tag és az adott tagok indexének különbsége 8-nak többszöröse, így (4) felhasználásával a közbülső tagok meghatározása nélkül célhoz érhetünk, csak a_{17} -et kell kiszámítanunk. (4)-ből

$$\begin{aligned} a_{n+8} &= 37\,634 a_n - a_{n-8}, \text{ eszerint} \\ a_{17} &= 37\,634 \cdot 40\,545 - 1 = 1\,528\,870\,529, \\ a_{25} &= 37\,634 \cdot a_{17} - a_9 = 57\,424\,611\,447\,841. \end{aligned}$$

Siklósi István (Budapest, Berzsenyi D. g. III. o. t.)

Megjegyzés. (3), majd (2), végül (1) alapján $a_5 = 209$, $a_3 = 15$, $a_2 = 4$.