α) Ha b, c, d, $e>0$, akkor az előírt műveletek minden valós x-re értelmezve vannak $x=0$ kivételével. Legyen még $a>0$. Egyenlő számok ugyanazon alapú logaritmusai is egyenlők, így

$$\lg a+x\lg b+2x\lg c=\frac{\lg d}{3x}+\frac{\lg e}{4x}.$$

Innen rendezéssel

$$(2)\qquad \left(\lg\left(bc^2\right)\right)\cdot x^2+(\lg a)\cdot x-\left(\frac{1}{3}\lg d+\frac{1}{4}\lg e\right)=0.$$

Ez valóban másodfokú egyenlet, és gyökei valósak, ha

$$(3)\qquad \lg(bc^2)\neq 0,\quad \text{azaz}\quad bc^2\neq 1,\quad \text{és}$$

$$(4)\qquad D=\lg^2 a+\left(\lg(bc^2)\right)\cdot\left(\frac{4}{3}\lg d+\lg e\right)\geq 0.$$

Ha $bc^2=1$, de $a\neq 1$, akkor (2) elsőfokú egyenlet, gyöke valós. Végül $bc^2=a=1$ esetén már (1) bal oldala 1, ha még $\sqrt[3]{d}\cdot\sqrt[4]{e}=1$ is teljesül, akkor (1)-et minden $x\neq 0$ valós szám kielégíti, az ellenkező esetben pedig nincs megoldás.

β) Az I. értékrendszer esetében (3) és (4) teljesül, a gyökök: $x_1\approx -0{,}624$, $x_2\approx 0{,}464$.

A II. rendszer esetében (4) nem teljesül, nincs valós megoldás.

Eteli Ferenc (Pannonhalma, Bencés g. I. o. t.)