I. megoldás. Legalább 3 egymás utáni szám akkor van egy húzásban, ha az egymás utániak száma vagy pontosan 3, vagy pontosan 4, vagy pontosan 5.

Az első esetben a 3 egymás utáni számot pl. 21, 22 és 23-nak véve, a további 2 szám 20 és 24 sem lehet, így az $1,\ 2,\ \ldots,\ 19$ és $25,\ 26,\ \ldots,\ 90$ számok közül választandó, vagyis $90-5=85$ szám közül. Ez – mint könnyen belátható – $85\cdot 84/2$-féleképpen lehetséges. Ha viszont a 3 szám legkisebbike 1, akkor a további kettő számára csak 4 szám tiltott, 86 közül választhatók, vagyis $86\cdot 85/2$ különböző módon. Akkor is ennyi a megfelelő húzások száma, ha a számhármas legkisebb tagja a lehető legnagyobb: 88. Minden más esetben viszont a 21-es kezdőszám meggondolása érvényes, ilyen eset 86 van. Így pontosan 3 egymás utáni szám

$$86\cdot\frac{85\cdot 84}{2}+2\cdot\frac{86\cdot 85}{2}=\frac{1}{2}86^2\cdot 85$$

különböző módon adódhat egy lottóhúzásban.

Hasonlóan a pontosan 4 egymás utáni számból álló sorozat legkisebb számát 87-féleképpen választhatjuk meg, e sorozattal legtöbbször $2-2$ szám szomszédos – kivéve 1 és 87 esetét, amikor csak 1 –, így a hátra levő 1 szám részére 6, ill. 5 szám választása tilos, vagyis 84, ill. 85 a megengedett. Az ilyen húzások száma $85\cdot 84+2\cdot 85=86\cdot 85$. – Végül 86-féleképpen adódhat 5-tagú sorozat, így a Miklósra nézve kedvező húzások száma

$$M=\frac{1}{2}86^2\cdot 85+86\cdot 85+86=86(43\cdot 85+85+1)=86\cdot 3741.$$

Másrészt az összes lehetséges húzások száma, ha még a számok kihúzási sorrendjét is figyelembe vesszük, $N=90\cdot 89\cdot 88\cdot 87\cdot 86$. Ezek $5\cdot 4\cdot 3\cdot 2=120$-asával ugyanazt az eredményt adják, csak sorrendben különböznek, így a különböző húzások száma $N/120$.

Mindezek szerint átlagosan

$$\acute{a}=(N/120):M=\frac{3\cdot 89\cdot 88\cdot 87}{4\cdot 3741}=\frac{3\cdot 89\cdot 22}{43}=\frac{5874}{43}\approx 136{,}6$$

húzás közül várható 1-szer, hogy Miklós nyerjen. (Az lenne hát igazságos, hogy ekkor 135,6 Ft-ot kapjon.)

Ezek szerint az 1966 végéig lefolyt több mint 500 lottóhúzásban átlagosan már több mint 3-szor lett volna várható a kívánt eset, 1967 végéig pedig több mint 4-szer várható. Ez azonban Miklós esélyét nem növeli, hiszen minden egyes húzás független a megelőzőktől. Az is lehetséges persze, hogy Miklós többször is nyer az év folyamán.

Nádai László (Budapest, Fazekas M. gyak. g. II. o. t.)

Megjegyzések. 1. n lottószám közül 5 kihúzása esetében

$$M=\left((n-4)\cdot\frac{(n-5)(n-6)}{2}+2\cdot\frac{(n-4)(n-5)}{2}\right)+$$

$$+\big((n-5)(n-6)+2(n-5)\big)+(n-4)=\frac{1}{2}(n-3)(n-4)^2,$$

így

$$\acute{a}=\frac{n(n-1)(n-2)}{60(n-4)},$$

hacsak $n\geq 6$.

2. Többen voltak, akik át nem gondolt képlet alapján válaszoltak – tévesen. Közel vezet a fenti eredményhez, mégis hibás ez a gondolatmenet: A 3 egymás utáni szám 88-féleképpen, a hátra levő 2 a további 87 közül $87\cdot 86/2$-féleképpen választható, e két szám szorzata M. Ebben a számban ugyanis pl. a $H_1==1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 50$ húzás 2-szer szerepel: „1, 2, 4 és 4, 50”, valamint „2, 3, 4 és 1, 50” alakban; a $H_2=1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5$ húzás pedig 3-szor. Hasonlóan $87\cdot 86$-nak véve a 4 egymás utáni számot tartalmazó húzások számát, ebben pl. H_2 2-szer szerepel. A meggondolás helyesbítése: a pontosan 5, 4, ill. 3 egymás utáni lottószámot tartalmazó húzások száma:

$$P_5=86,\quad P_4=87\cdot 86-2P_5,\quad P_3=88\cdot 87\cdot 43-2P_4-3P_5,$$

ezekből $M=P_5+P_4+P_3=44\cdot 87\cdot 86-87\cdot 86=87\cdot 86\cdot 43$, és ez a fenti téves számnál annak 44-ed részével kisebb.

II. megoldás. Csoportosítsuk a Miklós részére kedvező H húzásokat a 3, 4, vagy 5 egymás utáni számból álló sorozat legkisebb száma szerint, legyen ez h.

$h=1$ esetén H-ban szerepel 2, 3 és további két szám a $4,\ 5,\ \ldots,\ 90$ számok közül. Az utóbbi kettő $87\cdot 86/2$ féleképpen választható. (Ebben benne van pl. 1, 2, 3, 4, 6 és 1, 2, 3, 4, 5 is.)

Minden más h szám esetén szerepel még H-ban $h+1$, $h+2$ és további kettő a lottó számai közül, de nem szerepelhet a $h-1$. Így e kettőt 86 szám közül választhatjuk, éspedig h minden egyes szóba jövő értéke ($h=2,\ 3,\ \ldots,\ 88$, azaz 87 különböző érték) esetében $86\cdot 85/2$-féleképpen. Az adódó

$$\frac{87\cdot 86}{2}+87\cdot\frac{86\cdot 85}{2}$$

kifejezésben minden kedvező húzást pontosan egyszer vettünk számba.

Tovább az I. megoldás szerint haladhatunk.

Balázs Katalin (Budapest, Fazekas M. gyak. g. IV. o. t.)