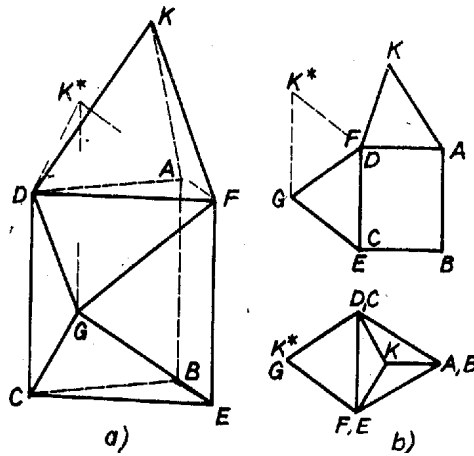


I. Az adott lapokkal határolt testet többféleképpen készíthetjük el, tekintsük először a következőt. Legyenek az $ABCD$ és $ABEF$ négyzetlapok egy H szabályos háromoldalú hasáb oldallapjai (1. a és b ábra). Négy háromszöglapból elkészítjük egy G fűcsúcsú N szabályos négyoldalú gúla nyitott palástját, és ezt ráillesztjük H -nak $CDFE$ négyzetlapjára, további három háromszögből egy K fűcsúcsú T szabályos tetraéder palástját, és ezt H -nak ADF fedőlapjára illesztjük, végül nyolcadik háromszöglapként H -nak BCE alaplapját vesszük.



1. ábra

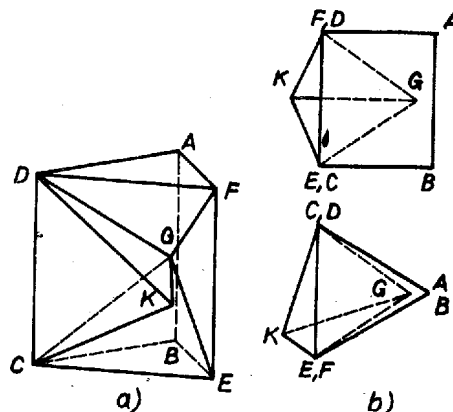
H , N , T térfogata ismert módon egyszerűen számítható, így a test térfogata

$$V = \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\sqrt{2}}{6} + \frac{\sqrt{2}}{12} = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{4} \approx 0,786\dots$$

térfogategység; kisebb az 1464. feladatban vizsgált, ugyanezen lapok együttesével határolt test 0,956... egységnyi térfogatánál.

II. A HN testkombináció szimmetrikus az AB él felező merőleges síkjára – valamint az ABG síkra is –, ezért a fentivel egybevágó testet kapunk, ha T -t az alaplapra illesztjük (kifelé). N oldallapjaira kifelé nem illeszthetjük rá T -t, mert úgy N és T két-két, az illeszkedési lappal szomszédos lapja egy-egy síkba esnék, együtt egy-egy rombuszlapot adna. Ugyanis G -ből CD -vel és EF -fel párhuzamos és egyenlő GK^* szakaszt húzva CDK^*G és EFK^*G rombusz, így K^*D és K^*F is a közös élhosszúsággal egyenlő, tehát $DFGK^*$ szabályos tetraéder, márpedig a DFG lapra kifelé csak egyféleképpen lehet tetraédert illeszteni.

III. V -nél kisebb térfogatú testet is határolhatunk az adott lapokkal, ugyanis akár T -t, akár N -et H megfelelő lapjára befelé is ráállíthatjuk – a gúlát mintegy kivájtva H -ból. Mindkettőt egyidejűen azonban nem fordíthatjuk befelé, mert úgy bizonyos lapjaik átmetszenék egymást, a hurkolt sokszögekre emlékeztető térbeli alakzatot kapnánk, és azokra nem értelmezhetnők a térfogatot. Könnyen belátható, hogy – a mondott szimmetriák miatt – T -t befelé a HN kombinációnak 3 lapjára állítva kapunk különböző testeket, pl. az ADF , FDG és a CDG lapra. Ha pedig N -et fordítjuk befelé, akkor ugyanerre a 3 lapra állíthatjuk T -t kifelé. Az utóbbi 2 esetben ami a kivájt HN -re nézve „kifelé”, az önmagában N -re nézve „befelé”.



2. ábra

A 2. ábra a befelé illesztett N -nek CDG lapjára állított T esetét mutatja; mindkét b) ábra két vetületben mutatja az a) ábra testjét a képsíktengely és a vessző-jelölések elhagyásával.

Az ilyen testek esetében T , ill. N térfogata kivonandó a másik két elem térfogatának összegéből.

Vályi István (Budapest, Fazekas M. gyak. g. III. o. t.)

Megjegyzések. 1. A feladat nem kívánta az összes lehetséges testek előállítását. Némely dolgozat azonban rámutatott a többféle lehetőségre, majd kiválasztotta az 1. ábrabelit, mondván, hogy csak a konvex esetre szorítkozik. Emiatt jegyezzük meg, hogy – amint az 1. b) ábra előlnézeti képéből jól látható – ez a test sem konvex.

2. Néhány dolgozat úgy vélte megoldani a feladatot, hogy egy szabályos oktaéder papírmmodelljét 3 él mentén szétvágta két négyoldalú gúla palástjává (vagyis egy éle és az ennek végpontjaiba befutó, rá merőleges élek mentén), majd a négyzetlapokkal lezárta e gúlákat. Ez – bár a két gúla a közös élükön még összefügg –, mégis mesterkéltnak tűnik. Mások e két gúlát egymáshoz rögzítették egy szabályos tetraéder közéjük iktatásával. Ekkor azonban, a tetraéder és gúlalapok már látott esetén felül az alapnégyzetek is egy síkba esnek; a testet 1 téglalap, 2 trapéz és 2 háromszög határolja; ezt már nem fogadtuk el megoldásnak.