Válasszuk az oldalak betűzését úgy, hogy $a \geq b \geq c$ álljon. Ekkor a szögekre $\alpha \geq \beta \geq \gamma$.

I. $\gamma < 90°$, ezért a γ szög akkor a legkisebb, ha a

$$\sin^2 \frac{\gamma}{2} = \frac{4(s-a)(s-b)}{4ab} = \frac{[c-(a-b)][c+(a-b)]}{(a+b)^2-(a-b)^2}$$

kifejezés értéke a lehető legkisebb. A számláló tényezői pozitívok, így legkisebb lehetséges értékük 1. Ez be is következik, ha $c=1$ és $a=b$. A nevező legnagyobb lehetséges értéke adódik, ha a és b közös értéke 10. Így $\sin\gamma/2 = 1/20 = 0{,}05$, $\gamma \approx 5{,}73°$ a legkisebb előforduló szög.

II. α legnagyobb értékének meghatározásában a következő összefüggésből indulunk ki:

$$\operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{(s-b)(s-c)}{s(s-a)} = \frac{[a+(c-b)]\cdot[a+(b-c)]}{(b+c+a)(b+c-a)} =$$
$$= \frac{a^2-(b-c)^2}{(b+c)^2-a^2} = \frac{a^2-v^2}{u^2-a^2} = \frac{u^2-v^2}{u^2-a^2} - 1,$$

ahol $u=b+c$, $v=b-c$. Eszerint u és v egyenlő párosságú egész számok és $u>v$.

Rögzített a és u esetén a kifejezés akkor a legnagyobb, ha v értéke a lehető legkisebb, vagyis $v=0$, ha u páros, és $v=1$, ha u páratlan. Az első esetben

$$\frac{u^2-v^2}{u^2-a^2} = \frac{1}{1-\left(\dfrac{a}{u}\right)^2},$$

és ez akkor legnagyobb, ha a/u legnagyobb. Ehhez – megengedve u változását –, u-nak legkisebbnek kell lennie. A háromszög-egyenlőtlenség miatt $a<u$, így u legkisebb lehetséges értéke páros a esetén $u=a+2$, páratlan a esetén $u=a+1$. – Páros a esetén

$$\frac{a}{u} = \frac{a}{a+2} = 1 - \frac{2}{a+2}.$$

Legnagyobb értékét $a=10$ mellett kapjuk: $10/12$, páratlan a esetén hasonlóan $a/(a+1)$ legnagyobb értéke $9/10$. Ez nagyobb $10/12$-nél, tehát ha u páros, akkor $\operatorname{tg}^2\alpha/2$ legnagyobb értékét az $a=9$, $u=10$, $v=0$, $b=c=5$ értékrendszer adja, ekkor $\operatorname{tg}^2\alpha/2 = 81/19$. – Ha pedig u páratlan és $v=1$, akkor

$$\operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{a^2-1}{u^2-a^2}$$

úgy ad legnagyobb eredményt, ha u a legkisebb, azaz páros a esetén $u=a+1$ mellett. Ekkor

$$\operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{a^2-1}{2a+1} = \frac{a}{2} - \frac{1}{4} - \frac{3}{4}\cdot\frac{1}{2a+1},$$

ez a kifejezés a növekedésével monoton nő, legnagyobb szóba jövő értéke $a=10$ mellett $\operatorname{tg}^2\alpha/2 = 99/21$. Páratlan a esetén viszont $u=a+2$, és

$$\operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{a^2-1}{4(a+1)} = \frac{a-1}{4},$$

ami szintén növekvő, de még $a=9$ esetén is kisebb a fentinél.

Minthogy pedig $99/21 > 81/19$, azért $\operatorname{tg}^2\alpha/2$ értéke és egyben α értéke az $a=10$, $u=11$, $v=1$, $b=6$, $c=5$ esetben a legnagyobb, ekkor $\alpha_{\max} \approx 130{,}5°$.

Faragó Tibor (Budapest, Bláthy O. Erősár. Ip. Tech., IV. o. t.)