

Legyen az edények térfogata $2v$, a pipettáé x . Így az I. edényben v térfogatú folyadék volt, majd $v - x$ maradt. A II.-ba x folyadékot és $v - x$ vizet kevertünk össze, így a III.-ba átemelt keverékben térfogategységként x/v egységnyi eredeti folyadék volt, tehát x^2/v egységnyi eredeti folyadékot vittünk át, és a feltöltés után a III.-beli keverékben térfogategységként $(x/v)^2$ lett az eredeti folyadék.

Az I. edény félig való feltöltéséhez ismét x térfogatú III.-beli keverék kellett; eszerint az eredeti folyadékból x^3/v^2 térfogategységnyi jutott vissza, így az I.-beli keverék hígítási aránya:

$$(1) \quad \frac{1}{v} \cdot \left(v - x + \frac{x^3}{v^2} \right) = 1 - \frac{x}{v} + \left(\frac{x}{v} \right)^3.$$

A második feltöltés és az átöntések után a II. edényben annyi a keverék térfogata, mint a felhasznált vízé, vagyis $2(v - x)$. (Nem tölti meg az edényt.) Az eredeti folyadékból annyi van itt, amennyi hiányzik az I.-ből, tehát a hígítási arány:

$$(2) \quad \frac{x - \frac{x^3}{v^2}}{2(v - x)} = \frac{x(v^2 - x^2)}{2v^2(v - x)} = \frac{x(v + x)}{2v^2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{x}{v} + \frac{1}{2} \left(\frac{x}{v} \right)^2.$$

(Kizártuk az $x = v$ esetet, ami érdektelen, mert azt jelentené, hogy víz hozzáadása nélkül töltögetjük az eredeti folyadékot.)

(1) és (2) egyenlőségéből, $x/v = q$ jelöléssel, rendezéssel

$$(3) \quad 2q^3 - q^2 - 3q + 2 = 0.$$

Az együtthatók összege 0, tehát $q = 1$ gyöke az egyenletnek, és az iménti megfontolás szerint a feladatnak egy semmitmondó megoldása. A megfelelő $q - 1$ gyöktényező kiemelhető (3) bal oldalának alakításával:

$$\begin{aligned} (2q^3 - 2q) - (q^2 + q - 2) &= 2q(q - 1)(q + 1) - (q - 1)(q + 2) = \\ &= (q - 1)(2q^2 + q - 2) = 0. \end{aligned}$$

A leválasztás után maradó $2q^2 + q - 2 = 0$ másodfokú egyenlet gyökei ellentett előjelűek, hiszen szorzatuk -1 , így csak a pozitív gyököt vesszük:

$$q = \frac{x}{v} = \frac{-1 + \sqrt{17}}{4} \approx 0,781,$$

tehát a pipetta térfogata az edények térfogatának $x/2v = q/2 \approx 0,390$ része.

Németh Tamás (Pannonhalma, Bencés g. III. o. t.)