I. megoldás. A bal oldali alapot a mértani sorozat összegképlete alapján átalakítjuk és úgy emeljük köbre:

$$3\cdot\underbrace{6\,6\ldots6}_{n\ jegy}{}^3=3\big[6(10^{n-1}+10^{n-2}+\ldots+10+1)\big]^3=$$

$$=3\cdot\left(\frac{6(10^n-1}{10-1}\right)^3=\frac{8}{9}(10^{3n}-3\cdot10^{2n}+3\cdot10^n-1). \tag{1}$$

A jobb oldalt hasonlóan alakítjuk. A 4-es számjegy helyi értéke 10^n, az utolsó 2-esé 10^{n+1}, és 6-osé 10^{2n} és az előtte álló 8-asé 10^{2n+1}. Ezért

$$8\cdot\frac{10^{n-1}-1}{9}\cdot10^{2n+1}+6\cdot10^{2n}+2\cdot\frac{10^{n-1}-1}{9}\cdot10^{n+1}+4\cdot10^n+8\cdot\frac{10^n-1}{9}=$$

$$=\frac{8}{9}\left(10^{3n}-\underbrace{10^{2n+1}+\frac{27}{4}\cdot10^{2n}+\frac{1}{4}\cdot10^{2n}}-\underbrace{\frac{1}{4}\cdot10^{n+1}+\frac{9}{2}\cdot10^n+10^n}-1\right)=$$

$$=\frac{8}{9}\left[10^{3n}-(10-7)\cdot10^{2n}+\left(-\frac{5}{2}+\frac{9}{2}+1\right)\cdot10^3-1\right],$$

erről pedig már látjuk, hogy egyenlő (1)-gyel.

Bán Ilona (Hódmezővásárhely, Bethlen G. g. IV. o. t.)

II. megoldás. A bal oldalt a tényezők alkalmas átcsoportosításával átalakíthatjuk a jobb oldali számmá a következőképpen:

$$3\cdot\underbrace{6\,6\ldots6}_{n}{}^3=2^3\cdot3^4\cdot\underbrace{1\,1\ldots1}_{n}{}^2\cdot\underbrace{1\,1\ldots1}_{n}=\underbrace{9\,9\ldots9}_{n}{}^2\cdot\underbrace{8\,8\ldots8}_{n}=$$

$$=(10^n-1)^2\cdot\underbrace{8\,8\ldots8}_{n}=\Big(1\,\underbrace{0\,0\ldots0}_{2n}-2\underbrace{0\,0\ldots0}_{2n}+1\Big)\cdot\underbrace{8\,8\ldots8}_{n}=$$

$$=\underbrace{8\,8\ldots8}_{n}\,\underbrace{0\,0\ldots0}_{2n}-1\quad\underbrace{7\,7\ldots7}_{n-1}\,6\,\underbrace{0\,0\ldots0}_{n}+\underbrace{8\,8\ldots8}_{n}=$$

$$=\Big[\underbrace{8\,8\ldots8}_{n-1}6\,\underbrace{0\,0\ldots0}_{n}\,\underbrace{8\,8\ldots8}_{n}\Big]+$$

$$+\Big(2\,\underbrace{0\,0\ldots0}_{2n}-1\,\underbrace{7\,7\ldots7}_{n-1}\,6\,\underbrace{0\,0\ldots0}_{n}=[\ldots]+$$

$$+\underbrace{2\,2\ldots2}_{n-1}\,4\,\underbrace{0\,0\ldots0}_{n}=\underbrace{8\,8\ldots8}_{n-1}\,6\,\underbrace{2\,2\ldots2}_{n-1}\,4\,\underbrace{8\,8\ldots8}_{n}$$

Ferencz László (Budapest, Fazekas M. gyak. g. II. o. t.)

III. megoldás. Az n-jegyű $1\,1\ldots1$ számot N-nel jelölve $10^n=9N+1$, és a bal oldal $2^3\cdot3^4\cdot N^3$ A jobb oldal pedig így alakítható:

$$(8N-2)\cdot10^{2n}+(2N+2)\cdot10^n+8N=$$

$$=(8N-2)(9N+1)^2+(2N+2)(9N+1)+8N=$$

$$=8\cdot9^2\cdot N^3+8N(18N+1)-2(9N+1)^2+(2N+2)(9N+1)+8N=$$

$$=2^3\cdot3^4\cdot N^3+(9N+1)\big[16N-2(9N+1)+(2N+2)\big]=2^3\cdot3^4\cdot N^3.$$

Perémy Gábor (Budapest, Sziágyi E. g. III. o. t.)