

A legalább egy feladatot megoldó versenyzőket az alábbi 5 csoportba soroljuk:

- I. akik csak  $A$ -t oldották meg,
- II. akik megoldották  $A$ -t és még legalább egy feladatot,
- III. akik csak  $B$ -t oldották meg,
- IV. akik csak  $C$ -t oldották meg,
- V. akik  $B$ -t és  $C$ -t oldották meg.

Így mindegyikük szerepel valamelyik csoportban, de csak egyben.

Legyen a III., IV. és V. csoport tagjainak száma rendre  $b$ ,  $c$ ,  $d$ . Csak ezek nem tudták megoldani  $A$ -t. Közülük  $C$ -t megoldotta  $c + d$ ,  $B$ -t pedig  $b + d$ . Az utóbbi szám 2-szerese az előbbinek:

$$b + d = 2(c + d)$$

Innen

$$(1) \quad d = b - 2c,$$

és mivel ez a szám nem lehet negatív,

$$(2) \quad b \geq 2c.$$

Azok, akik csupán egy feladatot oldottak meg, az I., a III. és a IV. csoport tagjai. Közülük a III.-beliek és a IV.-beliek azok, akik  $A$ -t nem tudták megoldani. Számuk  $b + c$ , így a csupán egy feladatot megoldók száma  $2(b + c)$ , ennél fogva a csak  $A$ -t megoldók száma ugyancsak  $b + c$ , így pedig a II. csoport tagjainak száma  $b + c - 1$ .

Mármost az 5 csoport tagjainak együttes számából (1) figyelembevételével

$$(b + c) + (b + c - 1) + b + c + (b - 2c) = 4b + c - 1 = 25,$$

$$(3) \quad 4b + c = 26, \quad \text{másképpen} \quad c = 4(6 - b) + 2.$$

$b$  és  $c$  nem negatív egész számok, ezért itt az utóbbi alakból  $b \leq 6$  és  $c \geq 2$ . Másrészt (2) alapján (3) első alakjából  $8c + c \leq 26 < 27$ ,  $c < 3$ , tehát  $c = 2$ , és  $b = 6$ . Eszerint 6 olyan tanuló volt, aki csak a  $B$  feladatot oldotta meg. (Az I., II., V. csoport tagjainak száma rendre 8, 7, ill. 2.)

*Simon Csaba* (Szombathely, Nagy Lajos Gimn. IV. o. t.)

*Megjegyzés.* Az utolsó lépésben (1)-nek  $b = 2c + d$  alakjából ennyit is elég kiolvasni:  $b \geq c$ . Így ugyanis (3)-ból  $5b \geq 26$ ,  $b \geq 6$ , tehát  $b = 6$ .