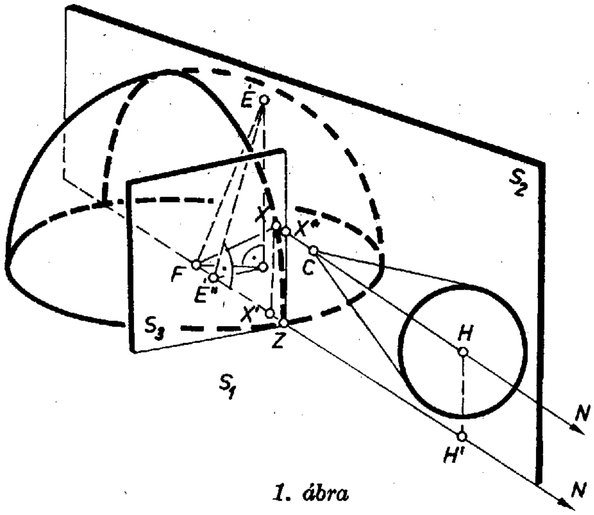


1. ábra

Megoldás. I. Legyen a Föld középpontja F, a Holdé H, a Hold átmérőjének hossza D_H és látószöge F-ből[1] η_H; ekkor $\sin\eta_H/2 = D_H/(2\cdot FH)$. Mint az 1456. feladatban[2] beláttuk, $\sin\eta_H/2$ egyenlőnek vehető $\eta_H/2$ ívmértékével, ezért, 4 értékes számjegyre kerekítve

$$FH \approx \frac{D_H}{\eta_H} = \frac{3476}{31{,}10\cdot\pi/(180\cdot 60)} = 384\ 200\text{km}.$$

A Hold ekliptikai szélessége az 1459. feladat[3] interpolációs képlete szerint az előírt $t = 9{,}75^h$ időpontban

$$LA_H = -0{,}1601^\circ + 0{,}05056^\circ\cdot t = 0{,}3329^\circ = +0^\circ 19' 58'',$$

ennélfogva H-nak az ekliptika S_1 síkjától való távolsága

$$d_H = FH\cdot\sin LA_H = 2232\text{ km}.$$

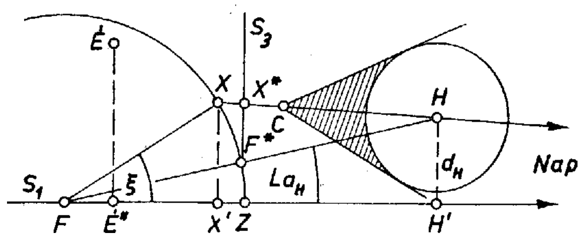
Mivel LA_H pozitív, H az S_1-nek azon az oldalán van, mint a Föld Északi Sarka, $É$.

II. Ugyanezen időpontban F-nek a Nap N középpontjától mért távolsága az 1468. feladat[4] szerint $FN = 151\,290\,000$ km. F, H és N jó közelítéssel egy egyenesben állanak, ugyanis a $9^h 45^m$-es időpont az 1459. feladat eredményei szerint kb. 2 perccel van a Hold és a Nap longitúdójának egyezése után és kb. 7 perccel a rektaszcenziójuk egyezése előtt; így az ott készített vázlatunk szerint (lásd a H_3, N_3, H_4, N_4 helyzeteket) $NFH\sphericalangle < 0^\circ 30'$. Így pedig a színusz–tétel szerint $FNH\sphericalangle < 0^\circ 0' 5''$, hiszen $FH : HN \approx 1 : 400$. Eszerint a HN távolságra jó közelítéssel

$$HN \approx FN - FH \approx 150\ 910\ 000\text{ km}.$$

Az idézett eredmény alapján további egyszerűsítésül úgy tekinthetjük, hogy $9^h\ 45^m$-kor a Hold és a Nap longitúdója egyenlő, így H benne van az FN vezérsugáron átmenő és S_1 re merőlegesen álló S_2 síkban.

A Nap D_N átmérője az 1456. feladatban használt $\eta_N = 31'39''$ látószögből $D_N \approx FN\cdot\eta_N = 1\ 393\ 000$ km.



2. ábra

[1] A csillagászati évkönyvből kivett látószög–adat természetesen F-re vonatkozik, nem a Föld felületének valamely adott P pontjára. Ugyanis a PH (közepesen 384 000 km) távolság a Föld forgása miatt kb. 1/4 nap alatt, a Hold felkelésétől deleléséig csökkenhet a Föld–gömb $R_F = 6370$ km-nyi sugarával is, vagyis 1,5%-kal, és emiatt a P-ből vett látószög kb. 1,5%-kal, több, mint $20''$-cel is megnőhet. Pontosabb számításban való felhasználása esetén P és H pillanatnyi kölcsönös helyzetének megfelelően helyesbíteni kell a látószög–adatot.

[2] Lásd a megoldást K. M. L. 34 (1967) 104. o.

[3] Lásd a megoldást a K. M. L. 34 (1967) 212. o.

[4] Lásd a megoldást a K. M. L. 36 (1967) 202. o.

A Hold teljes árnyékkúpjának C csúcsa a Hold–gömb és a Nap–gömb külső hasonlósági pontja. A főköröket kimetsző síkban adódó hasonló derékszögű háromszögek alapján

$$\frac{CN}{CH} = \frac{CH+HN}{CH} = 1 + \frac{HN}{CH} = \frac{R_N}{R_H} = \frac{D_N}{D_H},$$
$$CH = HN \cdot \frac{D_H}{D_N - D_H} \approx 377\ 400\ \text{km}.$$

Ez valamivel alatta van H és a Föld felületének hozzá legközelebbi F^* pontja közti $FH - R_F \approx 378\ 900$ km távolságnak, megegyezésben azzal, hogy a közlések szerint az ez időben lefolyó napfogyatkozás gyűrűs.

III. A Föld megvilágított felületének az NH egyenesen fekvő X pontját abból a Z pontból kiindulva határozzuk meg, ahol a felületet $9^h\,45^m$-kor az FN egyenes metszi. Z-ből a Napot éppen a zenitben látták (a Holddal elfödve), vagyis ott a Nap éppen delelt. Ezért Z földrajzi szélessége egyenlő a Nap pillanatnyi deklinációjával, ami az 1459. feladat szerint $\varphi_Z = +19{,}923° = 19°55'4"$. – Naptárak adatai szerint Budapesten (azaz a 19° keleti hosszúságú délkörön) e napon közép–európai időben $11^h\,40^m$-kor delet a Nap (napkelte és napnyugta adat középértéke), azaz világidőben $10^h\,40^m$-kor. A kérdéses $9^h\,45^m$ ennél $0^h\,55^m$-cel korábban volt, másrészt a delelés időpontja óránként 15°-kal tolódik nyugatra a hosszúsági körök mentén, ezért Z keleti hosszúsága $(55/60)\cdot 15°$-kal, azaz $13°45'$-cel nagyobb, mint Budapesté: $\lambda_Z = 32°45'$. Ezek szerint a Z pont Szudánban van, a Nílus folyam Abu Hamed város melletti nagy kanyarulata közelében.

Az X pont helyett egyszeresítésül azt az X^* pontot tekintjük, ahol az NH egyenes a Föld Z-beli S_3 érintősíkját metszi. Az X^*ZN és $HH'N$ hasonló derékszögű háromszögekből (H' a H vetülete FN-re) közelítőleg

$$\frac{X^*Z}{HH'} = \frac{ZN}{H'N} \approx \frac{ZH+HN}{HN} \approx 1 + \frac{378\ 000}{150\ 910\ 000} \approx 1{,}0025,$$
$$X^*Z \approx d_H \cdot 1{,}0025 = 2238\ \text{km}.$$

A csekély növekedés mutatja, hogy kerekítve ugyanennyi X-nek az S_1 fölötti magassága. Most már a $ZFX\sphericalangle = \xi$ szögre $\sin\xi = X^*Z/R_F$, $\xi = 20{,}6°$, így az XZ ív hossza 2290 km, a kérdéses X pont Abu Hamedtől kb. észak felé kb. 2300 km-re van, vagyis az északi szélesség 40°-a körül, Törökországban, Ankara térségében.

Kádas Sándor (Budapest, József A. G.) és
Deák Jenő (Budapest, Kölcsey F. G.) dolgozatából, egyszerűsítésekkel

Megjegyzés. Az X pont helyzete pontosabban is meghatározható. X ugyanis nem pontosan észak felé van Z-től, mert a Földből S_2 által kimetszett főkör csak jún. 21-én és dec. 22-én megy át $É$-n. Az adódik, hogy X a Dardanellák partján levő Canakkale várostól délkeletre van. (A csillagászati folyóiratok $9^h\,45^m$-re jelezték a teljes fogyatkozás Istambulon való átvonulását.)

Kádas Sándor ezt a számítást is elvégezte kizárólag középiskolai ismeretek ügyes alkalmazásával, és ez hozzátartozik a feladat lehetséges teljes megoldásához. A Föld forgástengelye és pályasíkja közti $66°33'$-es szög, valamint az 1456. feladatból ismert longitúdó fölhasználásával, téglatest testátlójaként kiszámította az $ÉX$ távolságot, ebből az $ÉFX$ szöget, X földrajzi szélességének pótszögét. – Ez a számítás is elvezet arra a képletre, amely két földfelületi pont gömbi szögtávolságának, ϑ-nak, földrajzi koordinátáikból (φ_1 és λ_1, ill. φ_2, és λ_2) való meghatározására

$$\cos\vartheta = \sin\varphi_1 \sin\vartheta_2 + \cos\varphi_1 \cos\varphi_3 \cos(\lambda_1 - \lambda_2)$$

alakban használatos, mint a gömbháromszögtan ún. oldal–koszinusz– tételének speciális alakja: – Végül hasonlóan számította ki X és Z földrajzi hosszúságkülönbségét.