

Az egyenletet a következő alakba írhatjuk át:

$$4 \cdot 4^{2x} - 21 \cdot (2^2)^x + 4 = \sqrt{116 \cdot 4^{2x} + 2 \cdot (2^2)^x + 2 \cdot 4^{3x}},$$

hiszen $8 = 4^{3/2}$. Legyen most $4^x = y$, így

$$(1) \quad 4y^2 - 21y + 4 = \sqrt{116y^2 + 2y + 2y^3},$$

négyzetre emeléssel és 0-ra redukálással:

$$16y^4 - 170y^3 + 357y^2 - 170y + 16 = 0.$$

Mivel $y = 0$ nem gyöke az egyenletnek, oszthatunk y^2 -nel

$$16 \left(y^2 + \frac{1}{y^2} \right) - 170 \left(y + \frac{1}{y} \right) + 357 = 0$$

és új ismeretlent bevezetve csak másodfokú egyenletet kell megoldanunk:

$$\begin{aligned} y + \frac{1}{y} &= z, & y^2 + \frac{1}{y^2} &= z^2 - 2, \\ 16z^2 - 170z + 325 &= 0, & z' &= 65/8, & z'' &= 5/2. \end{aligned}$$

mindegyik értékéből két y értéket kapunk:

$$y_1 = 8, \quad y_2 = 1/8, \quad \text{ill.} \quad y_3 = 2, \quad y_4 = 1/2.$$

Az első kettő kielégíti (1)-et, az utóbbi kettő esetében viszont (1) bal oldala negatív, ezek az eredeti feladatnak nem megoldásai.

Végül $4^x = 8$ -ból $x_1 = 3/2$, $4^x = 1/8$ -ból $x_2 = -3/2$.

Halász Ferenc (Budapest, Berzsenyi D. Gimn., III. o. t.)