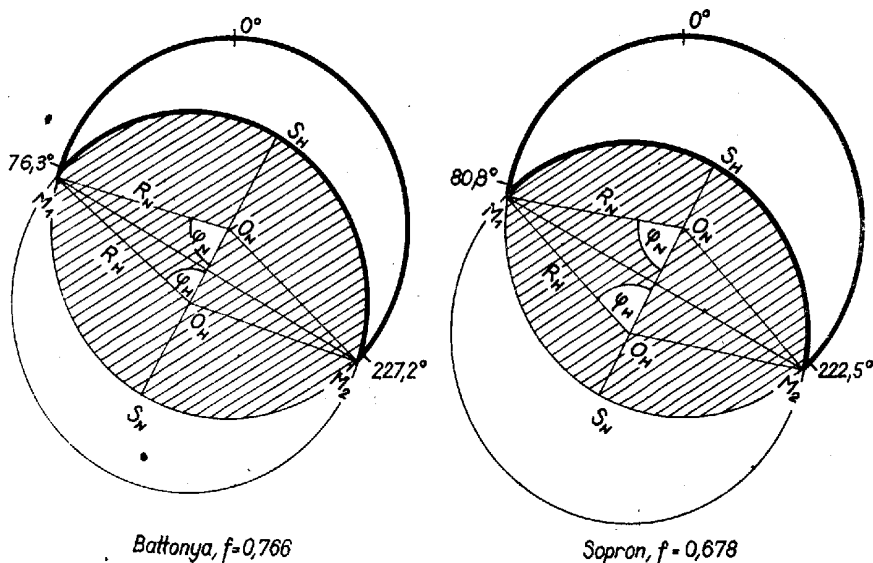


A Napot és a Holdat ábrázoló körök közös részének területét kell kiszámítanunk a két sugár és középpontjaik távolsága ismeretében. Ugyanis a sugarak arányosnak vehetők az adott látószögekkel, mert 1) a fényképen a kör sugara arányos a látószög felének tangensével, 2) minden hegyesszög ívmértéke a szinusza és a tangense közé esik, 3) az adott szögek szinusza és tangense 4 tizedesre kerekítve egyenlő, tehát ugyanez áll ívmértékükre is; másrészt a két kör középpontját O_N, O_H , a sugarakat R_N, R_H , az $O_N O_H$ szimmetriatengelynek a közös részbe eső szakaszát határoló metszéspontokat S_N, S_H és a legnagyobb fázis arányszámát f betűvel jelölve

$$S_N S_H = f \cdot 2R_N = S_N O_N - O_H O_N + O_H S_H = R_N + R_H - O_N O_H,$$

tehát a középpontok távolsága az adatokból valóban kiszámítható:

$$O_N O_H = R_H - (2f - 1)R_N.$$



A közös részt a körök $M_1 M_2$ közös húrja két körszeletre vágja szét. A közös húrhoz tartozó középponti szög mindegyik körben 2-szer akkora, mint az $O_N O_H M_1$ háromszög megfelelő φ_N , ill. φ_H szöge. Ezekkel a közös rész területe, a szöget ívmértékben értve:

$$t = \frac{R_N^2}{2}(2\varphi_N - \sin 2\varphi_N) + \frac{R_H^2}{2}(2\varphi_H - \sin 2\varphi_H),$$

és a szögeket a koszinusz-tétel alapján számíthatjuk ki:

$$\begin{aligned} \cos \varphi_N &= \frac{R_N^2 + (O_N O_H - R_H)(O_N O_H + R_H)}{2R_N \cdot O_N O_H} = \\ &= \frac{R_N - (2f - 1)[2R_H - (2f - 1)R_N]}{2 \cdot O_N O_H} = \frac{[f^2 + (1 - f)^2]R_N - (2f - 1)R_H}{O_N O_H}, \end{aligned}$$

és hasonlóan

$$\cos \varphi_H = \frac{1}{R_H \cdot O_N O_H} [R_H^2 - (2f - 1)R_H R_N - 2f(1 - f)R_N^2].$$

A keresett arányszám:

$$k = \frac{t}{\pi R_N^2} = \frac{1}{2\pi} \left[(2\varphi_N - \sin 2\varphi_N) + \left(\frac{R_H}{R_N} \right)^2 \cdot (2\varphi_H - \sin 2\varphi_H) \right].$$

A látószög szögmásodpercben vett mértékszáma a Napra 1899, a Holdra 1866, mindjárt ezeket tekintjük R_N , ill. R_H alkalmas mértékegységben vett mértékszámának. Ekkor $O_N O_H$ hossza Battonya esetében 855,7 egység, Sopron esetében 1190 egység¹, továbbá $(R_H/R_N)^2 = 0,9655$.

¹ 4 számjegyet írtunk ki, bár az adott f -értékekben csak 3 értékes számjegy van, és ezért a belőlük számított mértékszámokban sem lehet 3-nál több helyes számjegy; korai kerekítés esetén azonban a hibák halmozódhatnak.

Battonya esetében $f = 0,766$, $1 - f = 0,234$, $2f - 1 = 0,532$, így a fenti szögek, valamint $x - \sin x$ értéke a 2-szeres szögekre

$$\cos \varphi_N = \frac{(0,5868 + 0,0548) 1899 - 0,532 \cdot 1866}{855,7} = \frac{1219 - 993}{855,7},$$
$$\varphi_N = 74,69^\circ = 1,304, \quad 2\varphi_N - \sin 2\varphi_N = 2,608 - 0,509 = 2,099,$$

hasonlóan

$$\varphi_H = 79,02^\circ = 1,379, \quad 2\varphi_H - \sin 2\varphi_H = 2,384,$$

és így az arányszám²

$$k = \frac{2,099 + 0,9655 \cdot 2,384}{6,283} = 0,70.$$

Sopron esetében a $\varphi_N = 70,06^\circ$ és $\varphi_H = 73,10^\circ$ részeredményekből $k = 0,59$.

Szeredi Péter (Budapest, Rákóczi F. Gimn., III. o. t.)

Kádas Sándor (Budapest, József A. Gimn., III. o. t.)

² 2 értékes számjegyre kerekítve.