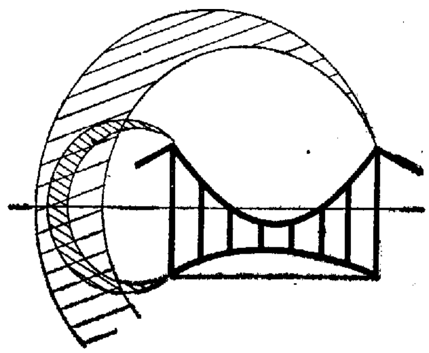
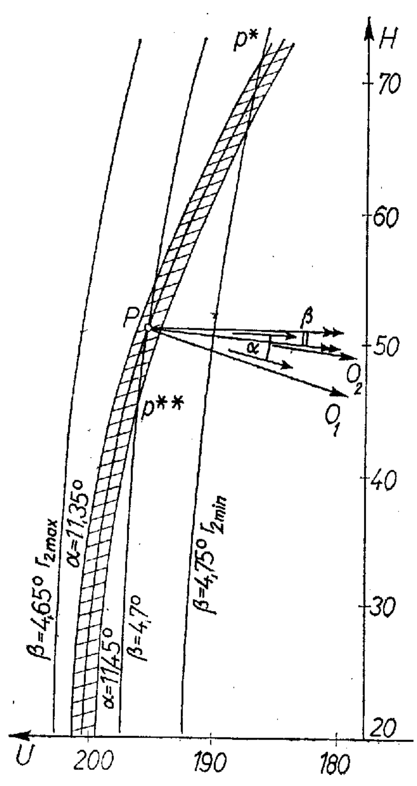
Induljunk ki a versenyfeladatnak az idézett helyen közölt II. megoldásából, a híd két kapuzatának a megfigyelő álláspontján áthaladó 11,4°, ill. 4,7° nyílásszögű látókörívéből. A látószögek megengedett értékingadozása miatt minden egyes az (1)-nek eleget tevő értékhez szóba jön egy körív. Ez kissé eltér a felhasznált ívtől, mert a szöget pl. növelve, a körív középpontja közeledik a kapuzathoz, és a sugár csökken. Elég venni a legnagyobb és a legkisebb látószögértékhez tartozó ívet, ezek egy kifli alakú, körgyűrű–szerű, két csúcsú idomot határolnak (1. ábra), a csúcsok a kapuzatot jelképező szakasz végpontjai, minden közbe eső szögértékhez tartozó látószög–körív az idom belsejében halad és a két csúcsban végződik.



1. ábra

Az eredeti megoldás két körívének P közös pontja, a megfigyelő álláspontja helyére a két kifli–idom közös pontjai lépnek, mert minden közös ponton áthalad egy α-ív és egy β-ív. A közös pontok várhatóan ugyancsak egy idomot töltenek ki, melynek pontjai különböző magasságban lesznek az O_1O_2 szint fölött, ezért kézenfekvő a versenyfeladat kérdését így módosítani: mekkora a megfigyelő legnagyobb és legkisebb lehetséges magassága a kapuzatok talppontján átmenő vízszintes sík fölött?



2. ábra

Tájékozódás céljára készítsünk mérethű ábrát a II. megoldás PO_1O_2 háromszögéről a $t_1 = 99{,}2$ m, $r_1 = 101{,}2$ m, $t_2 = 243{,}2$ m, $r_2 = 244{,}1$ m részeredmények, valamint a $d = 290$ m adat alapján (2. ábra[2]), majd számítsuk ki a

[1]A versenyfeladat megoldását lásd K. M. L. 31 (1965. nov.) 104. o. Az új kérdés megoldásának megértéséhez szükséges az ottani megoldás elolvasása.

[2]A bemutatott ábrarész méretaránya 1 : 600. A teljes PO_1O_2 háromszög 1 : 1000 arányú kicsinyítésben egy 50 × 10 cm méretű lapot igényel. A szokásos méretű körző már kicsi a nagyobb ív megrajzolásához; ez az ív rajzolható úgy, hogy egy 25 cm hosszú rajzlap–csíkon $r_2/1000$ távolságban két lyukat fúrunk egy az O_2-be leszúrandó gombostű és ceruzánk hegye számára.

kifli–idomokat határoló körívek középpontjának a kapuzathoz viszonyított helyzetét és sugarát, és rajzoljuk föl ezeket az íveket is.

$$\begin{array}{lll}
\alpha_{\min} = 11{,}35^\circ\text{-ból} & t_{1\max} = \ \ 99{,}7\ \text{m}, & r_{1\max} = 101{,}7\ \text{m};\\
\alpha_{\max} = 11{,}45^\circ\text{-ból} & t_{1\min} = \ \ 98{,}7\ \text{m}, & r_{1\min} = 100{,}7\ \text{m};\\
\beta_{\min} = \ \ 4{,}65^\circ\ \text{ból} & t_{2\max} = 245{,}9\ \text{m}, & r_{2\max} = 246{,}8\ \text{m};\\
\beta_{\max} = \ \ 4{,}75^\circ\text{-ból} & t_{2\min} = 240{,}6\ \text{m}, & r_{2\min} = 241{,}5\ \text{m}.
\end{array}$$

(Annak nincs jelentősége, hogy β nem veheti föl e két értéket, mert ennek ellenére tetszés szerint közel állhat hozzájuk; egyébként a hosszúságok maximális adatait fölfelé, a minimálisokat lefelé kerekítettük.)

A kiegészített ábra szerint a kifli–idomok közös részének legmagasabb pontjára, P^*-ra nézve, $h_{\max} \approx 73$ méter, és (a szimmetriát tekintetbe véve) $h = -73$ m és $h = 73$ m között minden magasságban van közös pont. Valóban, a köríveknek az O_1O_2 egyenesen levő, a közelebbi kapuzattól legtávolabbi pontjának távolsága $u = t_1 + r_1$, $u = t_2 + r_2 - d$, a fenti adatokból 201,4 m és 199,4 m, ill. 202,7 m és 192,1 m, tehát az α-hoz tartozó kifli–idom nem metszi a β-hoz tartozó idom külső határvonalát. A P^* pontra nézve a versenyfeladatbeli számításokat az $\alpha_{\min}$, $\beta_{\max}$ látószög–párral megismételve mindkét megoldás eljárása szerint $h \approx 73$ m adódik.

Megjegyzések. **1.** Eredményünk azt mutatja, hogy a β meghatározásában megengedett bizonytalanság az egész eljárást használhatatlanná tenné. (Ámde $0{,}05^\circ = 3'$ sokkal nagyobb hiba a szokásos teodolitokkal elérhető $10 - 20''$, sőt $1''$ alatti pontosságnál!)

Ábránkból azt is látjuk, hogy ha a $\beta = 4{,}7^\circ$ adatra azt tennők fel, hogy $0{,}1^\circ$-ra *lefelé* kerekítéssel adódott, akkor már csak a $45 < h < 73$ magasságértékek jöhetnének szóba az észlelő álláspontjára nézve, hiszen így a β-val adódó kifli–idom külső határvonala P^{**}-ban metszené az α-idom belső határvonalát.

A pontatlanság a látószög csökkenésével rohamosan csökken; ugyanis az α-idom szélessége P környezetében még csak 2 méter körüli érték, a β-idomé pedig már 10 m körüli, és az utóbbi módosítás esetén is 5 m körüli érték. A pontatlanság növekedésének oka az ívek lapos metsződése is. A közös rész legnagyobb mérete még az utóbbi esetben is közel 30 méter.

2. A dolgozatok nagy többsége a versenyfeladat I. megoldásában az észlelő álláspontjának u, h koordinátáira kapott képletekből próbálta kiolvasni u és közvetve h változását α és β változásának hatására. A vizsgálatok – bár többnyire lényegében helyes korlátokat adnak –, a két változó miatt meglehetősen bonyolultak, és több, a középiskolai tananyagot meghaladó ismeretet használnak föl. És szinte minden dolgozat figyelmen kívül hagyta vagy egészen háttérbe szorította a feladat geometriai tartalmát.

3. Néhány dolgozat hibásnak minősítette (1)-et, mert $\beta = 4{,}65^\circ$ esetén nincs megoldás. A $\beta = 4{,}7^\circ$ adatot kerekítettnek véve egyáltalán nem azt állítjuk, hogy β végigfut az (1) intervallumon, hiszen az észlelés helyén β egyetlen határozott érték. Csak ennyit állítunk: a felhasznált eszközök és módszer miatt a $4{,}7^\circ$ adat pontatlan lehet, de hibája sem fölfelé, sem lefelé nem haladja meg a $0{,}5^\circ$-ot.