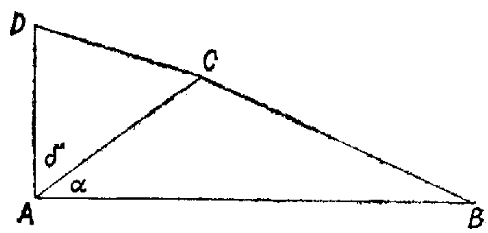
A koszinusz-tétel fölhasználásával az ABC és ACD háromszögből, majd 4 tizedesre kerekítve:

$$\cos BAC\sphericalangle = \cos\alpha = 61/72 = 0{,}8472,$$
$$\cos CAD\sphericalangle = \cos\delta = 17/32 = 0{,}5312,$$

amiből a szögek interpolált részét közönséges törttel kifejezve, fokban

$$\alpha+\delta = 32{,}0 + \frac{8}{90} + 57{,}9 + \frac{2}{150} = 89{,}9 + \frac{46}{450} = 90^\circ + 8'',$$

ami Pál állítása mellett szól.



Viszont a lg cos táblázatot használva

$$\log\cos\alpha = 9{,}9280 - 10,$$
$$\lg\cos\delta = 9{,}7253 - 10,$$

$$\alpha+\delta = 32{,}0 + \frac{4}{50} + 57{,}9 + \frac{1}{120} = 89{,}9 + \frac{53}{600} = 90^\circ - 42'',$$

eszerint Péternek volna igaza.

Az ellentmondás abból ered, hogy táblázatunk adatai kerekítettek, és a számításba emiatt bejutó hibák itt nagyobbak a 90° és $\alpha+\delta$ közti, láthatóan kicsi abszolút értékű különbségnél.

A vitát eldönthetjük pl. úgy, hogy kiszámítjuk az addíció-tétel alapján $\cos(\alpha+\delta)$ értékét. Ha ez pozitív, akkor Péter állítása helyes, ha negatív, akkor Pálé, ha pedig 0, akkor a kérdéses szög éppen derékszög. Ehhez

$$\sin\alpha = \sqrt{1-\cos^2\alpha} = \sqrt{72^2-61^2}/72, \qquad \sin\delta = \sqrt{32^2-17^2}/32,$$
$$72\cdot 32\cos(\alpha+\delta) = 61\cdot 17 - \sqrt{1463\cdot 735}.$$

Az első tag négyzete $3721\cdot 289 = 1\,075\,369$, a kivonandóé $1463\cdot 735 = 1\,075\,305$, kisebb amannál, $\cos(\alpha+\delta) > 0$, a kérdéses szög hegyesszög.

Bod Judit (Budapest, Apáczai Csere J. gyak. g. III. o. t.)

Megjegyzések. 1. Dönthetünk az addíció-tétel fölhasználása nélkül is az $s = \cos^2\alpha + \cos^2\delta$ összeg és 1 nagyságviszonya alapján. Ha $s \gtreqless 1$, akkor $\cos^2\delta \gtreqless \sin^2\alpha = \cos^2(90^\circ-\alpha)$, és $\delta \lesseqgtr 90^\circ - \alpha$, mert pozitív hegyesszögek esetén nagyobb koszinuszértékhez kisebb szög tartozik. Esetünkben $s = (244^2+153^2)/288^2 = 82\,945/82\,944 > 1$, $\alpha+\delta$ hegyesszög.

2. Többjegyű táblázat szerint $90^\circ - \alpha - \delta < 3''$.