

I. Az első egyenlőtlenség jobb oldalán álló szám nem negatív, így ez teljesül, ha $\cos x \leq 0$, azaz ha $\pi/2 \leq x \leq 3\pi/2$.

A további x -ekre egyik kifejezés sem negatív, így akkor és csak akkor teljesülnek az egyenlőtlenségek, ha a megfelelő értékek négyzetei közt teljesülnek a megfelelő egyenlőtlenségek. Osztvá mindjárt 2-vel:

$$2 \cos^2 x \leq 1 - \sqrt{1 - \sin^2 2x} = 1 - |\cos 2x| \leq 1.$$

Mindegyik kifejezésből 1-et levonva az első $\cos 2x$ lesz. Az így nyert

$$\cos 2x \leq -|\cos 2x| \leq 0$$

egyenlőtlenségekből a második mindig teljesül, az első akkor, ha $\cos 2x \leq 0$, vagyis a szóban forgó x -ek közül a

$$\pi/4 \leq x \leq \pi/2 \quad \text{és} \quad 3\pi/2 \leq x \leq 7\pi/4$$

számközök számaira. Itt az egyenlőség jele érvényes.

II. A második egyenlőtlenség minden x -re teljesül; egyenlőség áll fenn, ha $\cos 2x = 0$, azaz ha $x = \pi/4, 3\pi/4, 5\pi/4, 7\pi/4$.

Babai László (Budapest, Fazekas M. gyak. gimn., II. o. t.)

Megjegyzés. A négyzetes összefüggések és a kétszeres szögekre vonatkozó összefüggések alkalmazásával

$$\begin{aligned} & \sqrt{1 + \sin 2x} - \sqrt{1 - \sin 2x} = \\ & = \sqrt{\sin^2 x + \cos^2 x + 2 \sin x \cos x} - \sqrt{\sin^2 x + \cos^2 x - 2 \sin x \cos x} = \\ & = |\sin x + \cos x| - |\sin x - \cos x|. \end{aligned}$$

Megvizsgálva, hogy a két abszolút értéken belüli kifejezés mikor pozitív, mikor negatív, ebből is eljutunk a megoldáshoz, de az előbbinél kissé hosszadalmasabb úton.