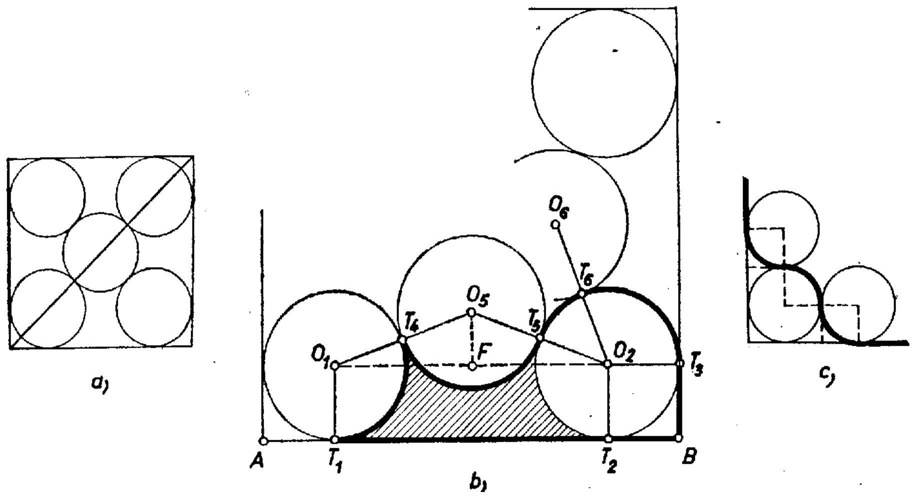
A körlemezek r sugara nem lehet nagyobb annál a R értéknél, amelynek esetében az 5. lemez a többi 4 mindegyikét érinti. Ekkor a négyzet átlója – *a)* ábrarész –

$$\sqrt{2} = 2\sqrt{2}R + 4R, \text{ amiből az átmérő}: \ 2R = \sqrt{2} - 1 (\approx 0{,}414).$$

Így az 5. lemez nem mozoghat, a súrolt terület πR^2.

A súrolt rész számítása kétféleképpen alakul aszerint, hogy az 5. lemez érintheti-e a négyzet oldalait vagy sem. Az érintés nyilvánvalóan $r \leq 1/6$ esetén lép fel. Mindkét esetben a nem súrolt rész területét számítjuk ki, mindig kihasználva a négyzet szimmetriáit.



I. $1/6 \leq r \leq R$ esetén a nem súrolt rész $1/4$ része a *b)* ábrarész vastag vonallal határolt idoma, területe a vonalkázott idom, az O_2 középű kör és a BT_2T_3 idom területének összege. Az első kettő összege egyenlő a $T_1T_2O_2O_5O_1$ ötszög területével. Ugyanis a vonalkázott idom az ötszögből az $O_1T_1T_4$, $O_2T_2T_5$ és $O_5T_4T_5$ körcikkek elhagyásával áll elő, ezek területének összege pedig egyenlő a kör területével, mert középponti szögeik összegét az ötszög szögeinek összegéből a T_1-nél és T_2-nél levő szögek összegének elhagyásával kapjuk, és így a maradék 360°. Az ötszöget az O_1O_2 átló egy $r(1-2r)$ területű téglalapra és az $O_1O_2O_5$ egyenlő szárú háromszögre bontja. Ennek alapja $1-2r$, magassága

$$\sqrt{O_1O_5^2 - O_1F^2} = \sqrt{4r^2 - \left(\frac{1}{2} - r\right)^2} = \frac{1}{2}\sqrt{12r^2 + 4r - 1}.$$

Végül a BT_2T_3 idom területe az r oldalú négyzet és az r sugarú negyedkör területének különbsége.

Mindezt 4-szer véve a nem súrolt rész területe

$$4r(1-2r) + (1-2r)\sqrt{12r^2 + 4r - 1} + (4-\pi)r^2,$$

a súrolt rész területe pedig, kellő alakítás után

$$(1-2r)^2 + \pi r^2 - (1-2r)\sqrt{12r^2 + 4r - 1}.$$

II. $r \geq 1/6$ esetén a nem súrolható rész a négyzet mindegyik csúcsa környezetében egy körre és 5, a fenti BT_2T_3 idomhoz hasonló idomra bontható – *c)* ábrarész –, így a súrolt rész területe

$$1 - 4\left[\pi r^2 + 5\left(r^2 - \frac{\pi r^2}{4}\right)\right] = 1 - (20 - \pi)r^2.$$

$r = 1/6$ esetén mindkét kifejezés megadja a keresett értéket, a fentebbi háromszögek egyenes szakasszá laposodnak.

Takács László (Sopron, Széchenyi I. g. II. o. t.)