I. A b alapú számrendszerben felírt 1221 számot úgy számítjuk át a $b-1$ alapúba, hogy a megfelelő $K=b^3+2b^2+2b+1$ kifejezést $b-1$ hatványai szerint rendezzük. A

$$(b-1)^3=b^3-3b^2+3b-1, \qquad (b-1)^2=b^2-2b+1$$

azonosságok alapján

$$b^3=(b-1)^3+3b^2-3b+1, \qquad b^2=(b-1)^2+2b-1,$$

ezeket egymás után alkalmazva

$$\begin{aligned}K&=(b-1)^3+5b^2-b+2=(b-1)^3+5(b-1)^2+9b-3=\\&=(b-1)^3+5(b-1)^2+9(b-1)+6.\end{aligned}$$

Eszerint a K szám $(b-1)$-es számrendszerbeli alakjának rövidített felirása 1596, hacsak az 5, 9, 6 együtthatók a $b-1$ alapú számrendszerben számjegyek, vagyis kisebbek az alapszámnál. Ez a $b-1=12$, 11 és 10 esetekben teljesül, a tízes rendszerből kilencesbe való átszámításnál azonban nem. Ebben az esetben

$$1221_{10}=9^3+5\cdot 9^2+9\cdot 9+6=9^3+6\cdot 9^2+6=1606_9.$$

Másrészt azt is látjuk, hogy az $1221_b=1596_{b-1}$ egyenlőség minden a 10-nél nagyobb alapszám esetén érvényes.

II. Legyen egy megfelelö számjegysorozat $mnpq$, vagyis m, n, p, q egész számok, $1\le m<b$ és $0\le n,\ p,\ q<b$. A fentihez hasonló átalakítással

$$\begin{aligned}mb^3+nb^2+pb+q&=m(b-1)^3+(n+3m)b^2+(p-3m)b+q+m=\\&=m(b-1)^3+(n+3m)(b-1)^2+(p+2n+3m)b+(q-n-2m)=\\&=m(b-1)^3+(n+3m)(b-1)^2+(p+2n+3m)(b-1)+\\&+(q+p+n+m),\end{aligned}$$

ennélfogva követelésünk szerint az

$$m, \qquad n+3m, \qquad p+2n+3m, \qquad q+p+n+m$$

együtthatók egyike sem nagyobb 9-nél:

$$m\le 9, \qquad n+3m\le 9, \qquad p+2n+3m\le 9, \qquad p+q+n+m\le 9,$$

és legalább egy helyen egyenlőség áll.

A legnagyobb megfelelő eset $3006_b=3999_{b-1}$, könnyen adódnak a megadott számjegysorozatból 1222, 1223, 1224 és 1220, egy csupa különböző számjegyből álló eset $1035_b=1369_{b-1}$.

Nem nehéz előállítani az összes megfelelő (négyjegyű) alakokat, valamint olyanokat is, amelyekkel még tovább csökkenthetjük a számrendszer alapszámát.

Domokos László (Tatabánya, Árpád g. III. o. t.)