I. megoldás. A BCD derékszögű háromszögben a mértani középarányosra ismert tételek szerint

$$DE=\frac{DC^2}{DB},\qquad BE=\frac{BC^2}{BD}.$$

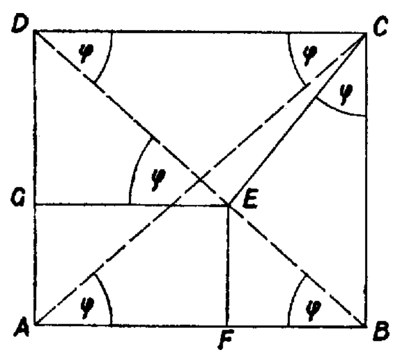
Ebből, és mert a GED és FBE háromszögek hasonlók az ABD háromszöghöz:

$$AF=GE=\frac{DE}{DB}\cdot AB=\left(\frac{DC}{DB}\right)^2\cdot AB=\left(\frac{DC}{AC}\right)^2\cdot DC=\frac{DC^3}{AC^2},$$
$$AG=FE=\frac{BE}{BD}\cdot AD=\left(\frac{BC}{BD}\right)^2\cdot BC=\frac{BC^3}{AC^2}=\frac{AD^3}{AC^2}.$$

Ezekből (1) bal oldala $\quad AF^{2/3}+AG^{2/3}=\dfrac{DC^2+AD^2}{AC^{4/3}}=\dfrac{AC^2}{AC^{4/3}}=$
$=AC^{2/3}$,

tehát az állítás helyes.

Eff Lajos (Budapest, Fazekas M. g. II. o. t.)



II. megoldás. Felhasználva az ábra egyenlő szögeit és $AFEG$ paralelogramma voltát:

$$AF=GE=DE\cos\varphi=DC\cos^2\varphi=AC\cos^3\varphi,$$
$$AG=FE=BE\sin\varphi=BC\sin^2\varphi=AC\sin^3\varphi.$$

Ezekből

$$\cos^2\varphi=\left(\frac{AF}{AC}\right)^{2/3},\qquad \sin^2\varphi=\left(\frac{AG}{AC}\right)^{2/3},$$

és ezeket a $\cos^2\varphi+\sin^2\varphi=1$ azonosságba behelyettesítve, átszorzással a bizonyítandó állítást kapjuk.