a) Eljárást adunk egy adott totóeredményhez a k-találatos tippek előállítására és számuk meghatározására. Először minden lehetséges módon kiválasztunk k mérkőzést a totószelvény 1.–13. sorai közül, ezekre a helyes eredményt írjuk be, majd a többi $13-k$ helyre minden lehetséges módon a helynek megfelelően a 2 hibás tipp valamelyikét, pl. 1-et vagy 2-t az olyan sorokba, ahol $\times$ hozott volna találatot.

Gondoljuk, hogy a helyes eredménnyel kitöltendő k sor sorszámait egy zsákból húzzuk ki, amely külön cédulákon tartalmazza a sorszámokat. Az első, a második, a harmadik kihúzott cédulát rendre 13, 12, ill. 11-féleképpen választhatjuk aszerint, hogy még hány cédula van a zsákban, és így tovább, a k-adikat $(14-k)$-féleképpen. Az így adódott $13\cdot 12\cdot 11\cdot\ldots\cdot(14-k)$-féle összeválogatás azonban nem mind különböző, ugyanazokat a sorszámokat különböző sorrendekben is megkapjuk, ez pedig a tippben nem lényeges.

Gondoljuk, hogy a már kihúzott k cédulát ismét (egy üres) zsákba tesszük, és az onnan történt kihúzás sorrendjében írjuk be a helyes találatokat a tippbe. Az előző meggondolás mintájára adódik, hogy ez $k\cdot(k-1)\cdot(k-2)\cdot\ldots\cdot 1$-féleképpen történhet (az utolsó tényező 1), minden különböző k-tagú tipp-rész esetében ennyi a nem lényegesen különböző összeválogatások száma. Így a lényegesen különböző k-tagú soregyüttesek keresett száma a két szorzat hányadosa.

Továbbfejlesztve ezeket a tipp-részeket, és figyelembe véve az első hibásan kitöltendő sor 2-féle lehetőségét, a folytatások száma 2-szerese a talált hányadosnak, majd a 2-vel való szorzás mindannyiszor ismétlődik, ahányszor egy további elhibázandó sort veszünk figyelembe. Mindezek szerint a k-találatos szelvények száma

$$T_k=\frac{13\cdot 12\cdot 11\cdot\ldots\cdot(14-k)}{k\cdot(k-1)\cdot(k-2)\cdot\ldots\cdot 1}\cdot 2^{13-k}. \tag{1}$$

(Úgy beszéltünk, mintha $k>3$ volna; könnyű belátni azonban, hogy eredményünk a kisebb k értékekre is érvényes.)

b) Hasonlítsuk most össze nagyság szempontjából az egymás utáni T_{k+1} és T_k számokat. Ehhez kiszámításuk nélkül megkaphatjuk hányadosukat, és aszerint áll $T_{k+1}\gtrless T_k$, hogy a hányados nagyobb 1-nél, vagy kisebb nála.

T_{k+1} számlálója is, nevezője is T_k-éhoz képest 1-gyel több tényezőt tartalmaz, a hatvány viszont 1-gyel kevesebbet. Egyszerűsítéssel

$$\frac{T_{k+1}}{T_k}=\frac{13-k}{k+1}\cdot\frac{1}{2}. \tag{2}$$

Mármost

$$\frac{13-k}{2k+2}\gtreqqless 1,\quad\text{ha}\quad k\lesseqqgtr\frac{11}{3}\quad(\text{és } k+1>0),$$

így $T_0<T_1<T_2<T_3<T_4>T_5>T_6>\ldots>T_{13}$, vagyis a 4-találatos csoportba kerül a legtöbb tipp.

Ujvári István (Budapest, Fazekas M. Gyak. g. II. o. t.)

Megjegyzések. 1. A (2) eredményt az (1) előállítása nélkül is megkaphatjuk. Képezzük a $k+1$ találatos tippek T_{k+1} számát a k találatosak T_k számából. Egy kiszemelt hibásan tippelt mérkőzés szempontjából a k találatos tippek $T_k/2$ olyan párba kapcsolhatók, amelyek tagjai csak a kiszemelt mérkőzés tippjében különböznek. Minden ilyen párból a kiszemelt tippet kijavítva egyetlen $k+1$-es találatot kapunk. Minden k találatos tippet $13-k$ hibás helyen lehet javítani, viszont minden $k+1$ találatos tippet ismételten, $k+1$-szer kapunk meg aszerint, hogy melyik találata keletkezett ilyen javítással, ezért

$$T_{k+1}=\frac{T_k}{2}\cdot\frac{13-k}{k+1},$$

ami azonos (2)-vel.

Kalmár István (Debrecen, Fazekas M. g. III. o. t.)

2. A totószelvényre 13 helyett $N=3n+2$ mérkőzést felvéve az n és $n+1$ találatos tippek száma egyenlő, és minden más találatszám kevesebb tippen adódik. Más alakú N-ek esetén legtöbb tipp ott van, ahol a találatok száma az $(N+1)/3$ tört egész része.

Váradi Katalin (Budapest, Ságvári E. gyak. g. I. o. t.)