

Az adott 5 pontot páronként összekötő egyenesek száma $5 \cdot 4/2 = 10$, mert mindegyik pontból 4 másik pontba indul egyenes, és az $5 \cdot 4$ szorzatban minden ilyen egyenest 2 pontnál veszünk számításba; ezek a feltevés szerint mind más-más irányúak. Mindegyik összekötő egyenesre 3 további pontból bocsátunk merőleget, ezek a feltevés miatt mind különbözők, így a merőlegesek összes száma $10 \cdot 3 = 30$, ezek 3-asával párhuzamosak.

Kiválasztva kettőt az összekötő egyenesek közül, a rájuk merőleges 3–3 egyenes 9 metszést ad. A 10 összekötő egyenes közül 2-t – a fentihez hasonló megfontolás szerint – $10 \cdot 9/2 = 45$ -féleképpen választhatunk, így a 30 merőleges között $45 \cdot 9 = 405$ páros metszés jön létre.

Számos esetben azonban a merőleges-pár az adott pontok valamelyikében metszi egymást. Az adott pontok mindegyikén át 6 merőleget húztunk – ti. a további 4 pontot páronként összekötő $4 \cdot 3/2$ egyenesre. E 6 merőleges közül választott mindegyik párnak a metszéspontja a kiszemelt adott pont, 1 ilyen tehát fent $6 \cdot 5/2 = 15$ egyenespár esetében kaptunk meg. Az 5 adott pont $5 \cdot 15 = 75$ ilyen figyelmen kívül hagyandó páros metszést fog össze.

Egybeesések adódnak bizonyos az adottaktól különböző pontokban is. Az eredeti pontok közül választott bármelyik három egy háromszöget határoz meg, a vizsgált merőlegesek között minden ilyen háromszögnek mindegyik magasságvonala fellép, és minden megrajzolt merőleges egy ilyen háromszög magasságvonala. Így minden háromszög magasságpontjában három esik egybe a páros metszésekből, ezen a címen a várható metszéspontok száma 2-vel csökkentendő. – Háromszöget ugyanannyit határoznak meg az adott pontok, mint páronkénti összekötő egyenest, vagyis 10-et, ti. az összekötött pontpár egyértelműen meghatározza a kimaradt pontok háromszögét, és fordítva is. A magasságpont sohasem esik a háromszög valamelyik csúcsába, mert ez csak derékszögű háromszögben következhet be, adott pontjaink viszont nem határoznak meg derékszögű háromszöget. A várható metszéspontok száma így $10 \cdot 2$ -vel csökken, és a figyelembe veendő különböző metszéspontok maximális száma $405 - 75 - 20 = 310$.

Staub Klára (Budapest, Apáczai Csere J. gyak. g. III. o. t.)

Megjegyzés. Számos dolgozat a 30 merőleges révén gondolható $30 \cdot 29/2 = 435$ páros metszésből indult ki, és a párhuzamosságok miatt elmaradó 30 metszés leszámításával jutott el a 405 párhoz, a fenti megoldás kiindulásához.

A következő megfontolás viszont az adott pontokba eső metszések megszámlálását kerüli el. Az adott pontok közül kiszemelt kettőből 6–6 merőleges indul ki. Közülük egyet-egyet kiválasztva 3 esetben párhuzamosakat kapunk – ti. amikor a további 3 pont alkotta háromszög ugyanazon oldalaira bocsátott merőlegeseket választunk össze, a további $6 \cdot 6 - 3 = 33$ esetben az eredeti pontoktól különböző metszéspont jön létre. A 10 pontpár 330 pontot ad, ebből vonandó le a magasságpontok okozta további csökkenés.