Emeljük köbre az egyenletet. A bal oldal köbét az $(A+B)^3=A^3+B^3+3AB(A+B)$ azonosság szerint képezve a jobb oldali zárójel helyére mindjárt beírhatjuk (1) jobb oldalát:

$$\frac{a+x}{2a-x}+\frac{a-x}{2a+x}+3\sqrt[3]{\frac{a^2-x^2}{4a^2-x^2}}=1.$$

Átrendezéssel, újabb köbreemeléssel és rendezéssel

$$\sqrt[3]{\frac{a^2-x^2}{4a^2-x^2}}=\frac{-x^2}{4a^2-x^2},$$

$$a^2(4a^2-3x^2)^2=0. \tag{2}$$

Nem lehet $a=0$, különben (1)-nek nincs megoldása, mert bal oldala x minden 0-tól különböző értékére -2. Ezért csak olyan x szám lehet gyök, amelyre (2) zárójeles kifejezése 0. Ez a két szám:

$$x_1=2a/\sqrt{3},\qquad x_2=-x_1.$$

(2)-t az (1)-ből nem csupa ekvivalens átalakítással képeztük, ezért behelyettesítésével döntjük el, hogy gyöke-e (1)-nek x_1. Ezt helyettesítve a köbgyökök alatti kifejezések:

$$\frac{a(1+2/\sqrt{3})}{a(2-2/\sqrt{3})}=\frac{\sqrt{3}+2}{2(\sqrt{3}-1)}=\frac{2(\sqrt{3}+4)}{4(\sqrt{3}-1)}=\frac{(\sqrt{3}+1)^2}{4(\sqrt{3}-1)}=\frac{(\sqrt{3}+1)^3}{8},$$

$$\frac{a(1-2/\sqrt{3})}{a(2+2/\sqrt{3})}=\left(\frac{1-\sqrt{3}}{2}\right)^3,$$

így (1) bal oldala 1, tehát x_1 gyöke az adott egyenletnek. Ugyanígy x_2 is, mert x helyett $-x$-et írva a két köbgyök alatti kifejezés egymásba megy át.

Major Pál (Budapest, Bláthy O. erősáramú ip. t. III. o. t.)