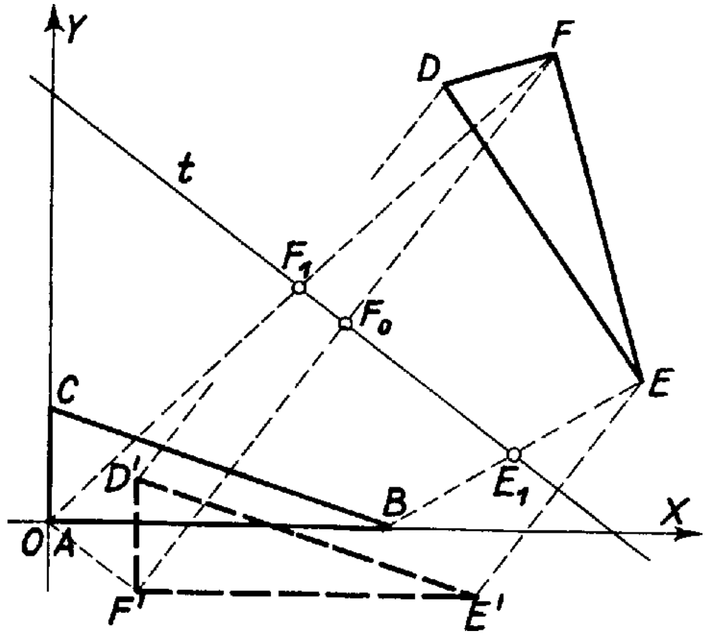
I. megoldás. A két háromszög egybevágó, mert oldalaik hossza páronként egyenlő: $AB=EF=15$, $BC=DE=\sqrt{250}$, $CA=FD=5$ egység; az első háromszög A, B, C csúcsának a másodikban F, E, D felel meg.

A háromszögek csúcsainak A, B, C, illetőleg F, E, D sorrendben való körüljárása ellentétes irányú, ti. az előbbié az óraszámlapon a mutatók körüljárásával ellentétes, az utóbbié megegyező irányú. – Ezek szerint a két háromszög egybevágósági transzformációkkal egymásba vihető, és ezek közt kell tengelyes tükrözésnek szerepelnie, mert a rajzsíkban végzett forgatás és eltolás a körüljárás irányát nem változtatja meg.



1. ábra

Ha van a feladat feltételeinek megfelelő t tengely, legyen az FED háromszögnek erre való tükörképe $F'E'D'$. Így az FF' szakasz F_0 felezőpontja t-n van. Ugyanez áll FA-nak F_1 felezőpontjára is, mert F_0F_1 az $FF'A$ háromszög $F'A$-val párhuzamos középvonala, $F'A$ pedig, a tükrözés utáni eltolás, párhuzamos t-vel; így F_0-ból F_1-be valóban t mentén jutunk el. Eszerint a keresett tengely egyenesét megkapjuk, ha F_1-et összekötjük egy további csúcspár közti szakasz felezőpontjával, pl. EB-nek E_1 felezőpontjával.

F_1 koordinátái (11; 10,5), E_1-éi (20,6; 3,3), ezekből t egyenlete:

$$y-10{,}5=\frac{-7{,}2}{9{,}6}(x-11)=-\frac{3}{4}(x-11); \qquad 3x+4y-75=0.$$

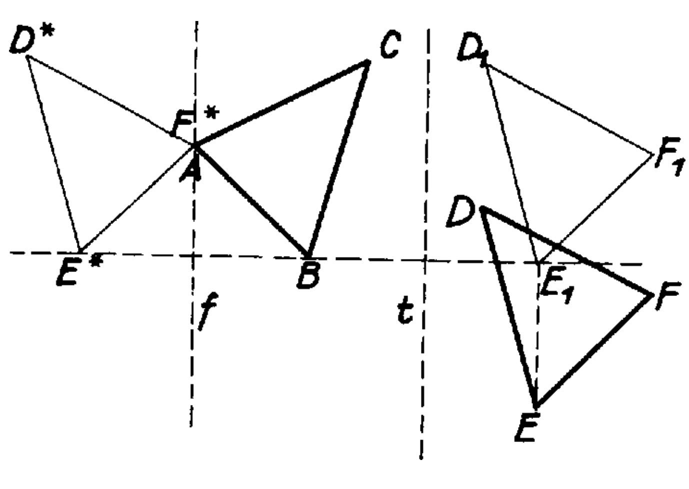
Így F_0, mint az F-ből t-re bocsátott merőleges talppontja: $F_0(13;\,9)$, és F' koordinátáit u-val, ill. v-vel jelölve

$$\frac{u+22}{2}=13, \qquad u=4, \qquad \frac{v+21}{2}=9, \qquad v=-3; \qquad F'(4;\,-3).$$

A tükrözést követő eltolás nagysága $F'A=5$ egység, iránya párhuzamos t-vel, és az eltolás során a pontok abszcisszája csökken. Mondhatjuk így is: az eltolás X-menti összetevője -4 egység, Y-menti összetevője $+3$ egység. Valóban, E-nek, D-nek t-re való tükörképe hasonlóan $E'(19;\,-3)$ ill. $D'(4;\,2)$, és ezekből a fenti eltolással B-be, ill. C-be jutunk.

Ha ABC-t tükrözzük és a tükörképet toljuk át FED-be, akkor a tengely és az eltolás nagysága ugyanaz, iránya ellentétes az előbbivel, az eltolás során a pontok abszcisszái növekednek.

Kajcsos Zsolt (Szombathely, Nagy Lajos g. IV. o. t.)



2. ábra

II. megoldás. Toljuk el a két egybevágó háromszög egyikét, pl. FED-t úgy, hogy egyik csúcsa, pl. F essék egybe az ABC háromszög megfelelő csúcsával, A-val. Az eltolt háromszög csúcsait jelöljük $F^* = A$, E^*, D^*-gal (2. ábra). Az ABC háromszöget a megfelelő oldalpárok szögének a felező egyenesére, pl. $BAE^*\sphericalangle$ f felezőjére tükrözve $F^*E^*D^*$-ba megy át (és csak ezzel a tükrözéssel). Most toljuk el $F^*E^*D^*$-ot f-re merőleges irányban úgy, hogy E^* az E csúcs BE^* egyenesen levő E_1 merőleges vetületébe kerüljön, D^*, F^* új helyzete legyen D_1, F_1. Ekkor egyrészt $F_1E_1D_1$ háromszög az ABC háromszög tükörképe a BE_1 szakasz f-fel párhuzamos t felező merőlegesére, másrészt $F_1E_1D_1$-et úgy tolva el, hogy E_1 E-be jusson, a háromszög FED-be megy át, hiszen a két háromszög megfelelő oldalai párhuzamosak és egyenlők. Ez az eltolás merőleges E_1B-re, tehát párhuzamos t-vel. Így a feladat követelményeinek megfelelő tükrözést és eltolást találtunk.

A feladat adatai mellett E^* és D^* az abszcisszák 22-vel és az ordináták 21-gyel való csökkentésével kaphatók: $E^*(4{,}2;\ -14{,}4)$, $D^*(-4{,}8;\ -1{,}4)$. A $BAE^*\sphericalangle$ felezője az A-t a BE^* szakasz $A_1(9{,}6;\ -7{,}2)$ felezőpontjával összekötő egyenes, mert a $BAE^*\triangle$ egyenlő szárú; iránytangense $-7{,}2/9{,}6 = -3/4$. Mostmár az E_1 pont a B-n átmenő $-1/(-3/4) = 4/3$ iránytangensű, és az E-n átmenő $-3/4$ iránytangensű egyenes, a $4x - 3y = 60$ és $3x + 4y = 105$ egyenesek metszéspontja: $E_1(-22{,}2;\ 9{,}6)$, tehát az eltolás X, ill. Y tengely irányú összetevője -4 és 3. A tükrözés tengelye a BE_1 szakasz $(18{,}6;\ 4{,}8)$ felezőpontján átmenő, $-3/4$ iránytangensű egyenes, egyenlete: $3x + 4y - 75 = 0$.

Balla Katalin (Budapest, Radnóti M. gyak. g. IV. o. t.)

Megjegyzés. A megoldás első része csak annyit használt fel, hogy a két háromszög egybevágó és ellenkező körüljárású. Így általában beláttuk, hogy két ilyen háromszög egyike mindig átvihető a másikba egy tükrözéssel és a tükörtengellyel párhuzamos eltolással.