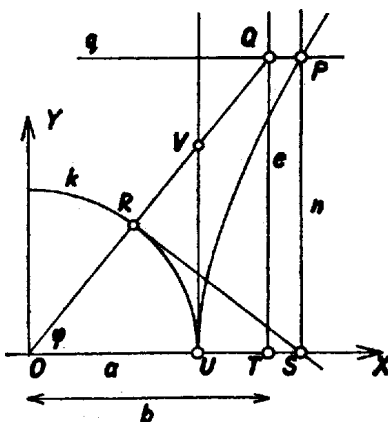


Az idézett szerkesztést tekinthetjük az  $(x/a)^2 + (y/b)^2 = 1$  egyenletével adott ellipszis egy pontja ordinátájának szerkesztésére szolgáló eljárásnak is, ha adott a pont abszcisszája, vagy az abszcissza szerkesztésére szolgálóknak adott ordináta esetében. Ha ugyanis a használt félegyenest az  $a$ , ill. a  $b$  sugarú körön levő pontjával jelöljük ki, ezzel megválasztottuk a szerkesztendő pont abszcisszáját, ill. ordinátáját. Hasonlóan kétféle kiindulással értelmezzük az  $(x/a)^2 - (y/b)^2 = 1$  egyenletű hiperbola pontjai szerkesztésének feladatát.

A bemutatandó eljárás abban hasonlít az idézethez, hogy köröt csak az első pont szerkesztésében használ, a további pontok szerkesztése derékszögű háromszögű vonalzó-pár használatával végezhető (feltéve, hogy megengedjük párhuzamos, ill. merőleges egyenes rajzolását csúsztatással, ill. átforgatással, amint ez az idézett eljárásban is szokásos). A hiperbola szimmetrikus a két tengelyre, ezért csak I. síknegyedbeli pontokra gondolunk, más szóval nem leszünk tekintettel a hiperbola tengelyeinek mint koordinátatengelyeknek az irányítására.



Előkészítésként megrajzoljuk az  $O$  origó körüli  $a$  sugarú  $k$  kört (hiperbolánk főkörét) és azt az  $e$  egyenest, amely merőleges az  $X$ -tengelyre és azt  $O$ -tól  $b$  távolságban metszi (a  $b$  szakasz az  $a$  és  $OF_1 = c$  szakaszokból  $b = \sqrt{c^2 - a^2}$  alapján megszerkeszthető). Adottnak tekintve a keresett  $P$  hiperbolapont  $y_1$  ordinátáját, magát a pontot a következő lépésekkel kaphatjuk: 1.  $e$ -re az  $X$ -tengelybeli pontjától felmérjük  $y_1$ -et és a  $Q$  végponton át  $q$  merőlegest állítunk  $e$ -re; megrajzoljuk: 2. az  $OQ$  félegyenest, legyen a  $k$ -val való metszéspontja  $R$ ; 3.  $k$ -nak  $R$ -beli érintőjét, legyen az  $X$ -tengellyel való metszéspontja  $S$ , végül 4. az  $S$ -en átmenő és az  $X$ -re merőleges egyenest; ennek a  $q$  egyenessel való metszéspontja a keresett  $P$ .

Megmutatjuk, hogy  $P$ -nek  $OS$  abszcisszája egyenlő a hiperbola egyenlete alapján az  $y_1$  ordinátából számítható

$$x_1 = \frac{a}{b} \sqrt{b^2 + y_1^2}$$

értékkel. Messe az  $X$ -tengely pozitív fele  $e$ -t  $T$ -ben,  $k$ -t  $U$ -ban és  $k$ -nak  $U$ -beli érintője  $OQ$ -t  $V$ -ben. Ekkor  $ORS$  és  $OUV$  egybevágó háromszögek,  $OTQ$  pedig hasonló hozzájuk, így

$$OS = OV = \frac{OU}{OT} \cdot OQ = \frac{a}{b} \sqrt{OT^2 + TQ^2} = \frac{a}{b} \sqrt{b^2 + y_1^2} = x_1,$$

amit bizonyítani akartunk.

Fordítva, ha  $P$  abszcisszája adott, azt az  $X$ -tengelyre felmérve kapjuk  $S$ -et, ebben  $n$  merőlegest állítunk  $X$ -re, másrészt  $S$ -ből érintőt rajzolunk  $k$ -hoz, az érintési pontot  $O$ -val összekötő egyenesen megkeressük az  $e$ -vel való metszéspontját, végül az ezen át az  $X$ -tengellyel párhuzamosan húzott  $q$  egyenessel  $n$ -ből kimetsszük  $P$ -t.

Eljárásainkat tekinthetjük a hiperbola (ill. az ellipszis) és valamelyik tengelyével párhuzamos egyenes metszéspontjai megszerkesztésének is.

Lovász László (Budapest, Fazekas M. G.)

*Megjegyzések.* 1. Az eljárás helyességét könnyen igazolhatjuk úgy is, hogy  $x$ -et és  $y$ -t a  $QOT = \varphi$  szöggel fejezzük ki.

Kersner Róbert (Ajka, Bródy I. g. III. o. t.)

2. Több dolgozat körzővel vitte át az  $OV$  szakaszt  $OS$ -be vagy fordítva. Így  $k$  helyett az  $Y$ -tengelytől  $a$  távolságra levő  $UV$  egyenes rajzolandó meg. A fenti eljárás  $OV$ -nek  $OS$ -be való átvitelét ügyesen végzi el a körző mellőzésével, a fordított eljárásban viszont az érintőnek a vonalzó pusztá odaillesztésével való megrajzolása a gyakorlatban hibákra vezethet.