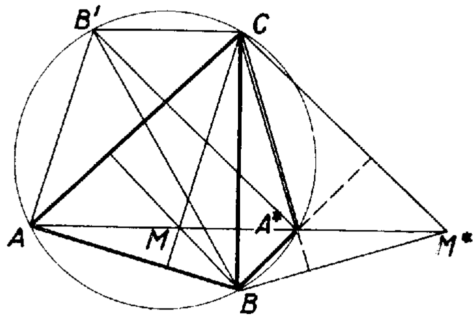
Az adatok között csak arányok szerepelnek, ezért választhatjuk pl. a keresett ABC háromszögbe beírt kör ϱ sugarát mértékegységnek. Legyen az először említett oldal $BC=\sqrt{3}\,AM$, ahol M a háromszög magasságpontja, a második pedig $AB=1+\sqrt{2}+\sqrt{3}$.

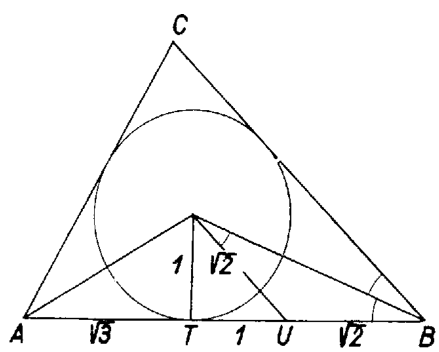


1. ábra

Legyen a háromszög köré írt körnek B-vel átellenes pontja B'. Ekkor $B'A$ merőleges AB-re, és így párhuzamos CM-mel, hasonlóan $B'C \parallel AM$, ezért A, C, B' és M egy paralelogramma csúcsai, és $AM=B'C$. Ez akkor is érvényes, ha B' azonos A-val vagy C-vel, mert ekkor a háromszögben C-nél, ill. A-nál derékszög van, ezért M a derékszög csúcsába esik. Feladatunkban $B'=C$ nem lehetséges, különben $AM=0$ miatt $BC=0$ lenne.

Eszerint a $BB'C$ derékszögű háromszögben a BC befogó $\sqrt{3}$-szor akkora, mint a $B'C$ befogó, tehát a háromszög hasonló a magasságával kettévágott egyenlő oldalú háromszög részeihez, ezért B'-nél levő szöge 60°. Amennyiben A a B'-t tartalmazó BC íven van, úgy $\alpha = BAC\sphericalangle = 60^\circ$, ha pedig a másik íven van, akkor $\alpha=120^\circ$ – az 1. ábrán A^* és M^*.

α-t ismerve megszerkeszthetjük a háromszöget, és a számításban a szerkesztést követhetjük. Az A csúcsú α szög szárait érintő, $\varrho=1$ sugarú kört szerkesztünk, a szög egyik szárára felmérjük AB-t, ekkor a BC egyenest a körhöz B-ből húzott második érintő adja, megoldás akkor van, ha ez metszi α másik szárát. $\alpha=60^\circ$ esetén igen egyszerűen kapjuk a szögeket: a T érintési pontra $AT=\sqrt{3}$, ezt vehetjük AB első részének. Második résznek a $TU=1$ darabot véve a hátra levő $UB=\sqrt{2}$ darab egyenlő UO-val, így az OUB háromszög egyenlő szárú, ezért OBU szöge fele az OUT külső szögnek. A CBA szög viszont kétszerese OBU-nak, mert BC a BA tükörképe a BO tengelyre, ennélfogva $\beta = CBA\sphericalangle = OUT\sphericalangle = 45^\circ$. Eszerint az ABC háromszög szögei rendre 60°, 45°, 75°.



2. ábra

$\alpha=120^\circ$ esetén $AT=1/\sqrt{3}$, és így a BOT háromszögből

$$\mathrm{ctg}\frac{\beta}{2} = TB/OT = 1+\sqrt{2}+\sqrt{3}-1/\sqrt{3} \approx 3{,}569,$$

és a második megoldásban a szögek 120°, $31{,}3^\circ$, $28{,}7^\circ$

Kiss Katalin (Makó, József A. g. III. o. t.)