

A keresett felbontást sikerül a közöltek alapján megállapítani, elkészítve 900 összes, 3 különböző tényezőes felbontásait és természetesen feltéve, hogy a két fiú váltakozó „még nem tudom” kijelentései – röviden „nem”-jeik – helyesek, vagyis azt jelentik, hogy a cédulák és az addig elhangzott „nem”-ek alapján egynél több felbontási lehetőség áll előttük.

Béla első „nem”-je azt mutatja, hogy Béla a cédulán kapott  $b$  számhoz több felbontási lehetőséget talált, vagyis  $900/b-t$  – a szélső számok szorzatát – többféleképpen lehet két olyan tényezőre bontani, amelyek közül az első kisebb, a második nagyobb  $b$ -nél.

Dezsőnek ugyancsak több megfelelő felbontást kellett kapnia, vagyis olyant, amiben a legkisebb tényezőnél a cédulán talált  $d$ -vel nagyobb is fellépett a tényezők közt.

A fiúk arra használhatták fel egymás „nem”-jeit, hogy mellőzzék mindazokat a felbontási lehetőségeket, amelyekben nem lép fel a mondott többértelműség. (A feladatban említett hosszabb számolási idő alatt bizonyára 900 összes felbontásait áttekintették.) Dezső törölhetett minden olyan felbontást, melynek középső tényezője már csak abban a felbontásban szerepelt középsőként; Béla pedig minden olyat, amelynek legkisebb tényezőjét a másik kettőből levonva egyik különbség sem fordul elő egyetlen más felbontás hasonlóan képezett különbségei között sem.

Táblázatunk  $b$  szerint növekvő sorrendben sorolja fel a felbontásokat, az 1. tényező kivonásával adódó különbségeket, majd esetenként annak  $B_i$ , ill.  $D_i$  jelét ( $i = 1, 2, \dots$ ), hogy Béla, ill. Dezső hányadik „nem”-je alapján törölte a másik fiú ezt a felbontást. A különbség utáni  $e$  betű azt jelzi, hogy az az érték egyedül ott lép fel különbségként. (A  $2 < b < 10$  értékekhez tartozó  $F - 2 - F - 17$  jelű felbontások közlését mellőzzük, mert a továbbiakban nem szerepelnek.)

Béla első „nem”-je ( $B_1$ ) alapján töröljük az  $F - 1$ ,  $F - 31$  és  $F - 32$  felbontásokat, majd  $D_1$  alapján  $F - 23$ -at,  $F - 26$ -ot és  $F - 30$ -at. Nem tudjuk, hogy a hosszabb számolás után még hány „nem”-et mondtak a fiúk, de 1-nél többet,  $B_2$ ,  $D_2$  és  $B_3$  mindenestre elhangzott. –  $F - 30$  törlése után csak  $F - 29$ -ben áll középen 18, ekkor  $B_2$  alapján töröljük  $F - 29$ -et. Folytatólag  $D_2$  alapján  $F - 28$  esik ki, mert már csak ebben szerepel 17-es különbség. Továbbmenve  $B_3$ -ból hasonlóan  $b \neq 15$  adódik,  $F - 27$  törölhető, és ekkor 13-as különbség csak  $F - 21$ -ben szerepel.

Ha Dezső részére a keresés mostani állapotában vált lehetővé a felbontás megmondása, akkor az ő céduláján  $d = 13$  állt, és a felbontás  $5 \cdot 10 \cdot 18$  volt.

Megmutatjuk, hogy ha Dezső most is „nem”-et mondott volna, később már nem mondhatta volna meg a felbontást. Ekkor ugyanis  $d \neq 13$ , törölhető az  $F - 21$ , de ezzel nem csökken 1-re a  $b = 10$ -es felbontások száma, Béla csak „nem”-et mondhat (hiszen a többi felbontások számára nem történt semmi változás). Így pedig Dezső nem törölhet, és az ő számára ötödik megszólalása előtt a táblázat állása ugyanaz, mint a negyedik előtt volt, további előrehaladás lehetetlen.

Eszerint a keresett felbontás valóban csak  $5 \cdot 10 \cdot 18$  lehetett, és Béla céduláján 10 állt.

Márki László (Budapest, Fazekas M. gyak. g. III. o. t.)

Sorszám	Tényezők	Különbségek	Törlés	Sorszám	Tényezők	Különbségek	Törlés
$F - 1$	1 2 450	1 449e	$B_1$	$F - 25$	5 12 15	7 10e	
$F - 18$	1 10 90	9 89e		$F - 26$	1 15 60	14e 59e	$D_1$
$F - 19$	2 10 45	8 43e		$F - 27$	2 15 30	13 28e	$B_3$
$F - 20$	3 10 30	7 27e		$F - 28$	3 15 20	12e 17	$D_2$
$F - 21$	5 10 18	5 13	$(D_3)$	$F - 29$	1 18 50	17 49e	$B_2$
$F - 22$	6 10 15	4 9		$F - 30$	2 18 25	16e 23e	$D_1$
$F - 23$	1 12 75	11e 74e	$D_1$	$F - 31$	1 20 45	19e 44e	$B_1$
$F - 24$	3 12 25	9 22e		$F - 32$	1 25 36	24e 35e	$B_1$

Többször fellépő különbségek: 1 (5-ször), 2 (2-szer), 3 (3-szor), 4 (4-szer), 5 (3-szor), 7 (3-szor), 8 (2-szer), 9 (3-szor), 13 (2-szer), 17 (2-szer).