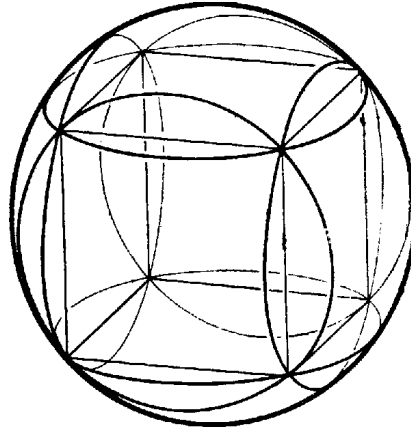


A kocka körülírt gömbjének átmérője egyenlő a testátlóval, ami $\sqrt{3}$ egység, így sugara $r = \sqrt{3}/2$, felszíne $F = 4\pi r^2 = 3\pi$ területegység.



A kocka egy lapsíkja a gömbfelületet egy (főkörtől különböző) körben metszi és két gömbsüvegre osztja. A kisebb gömbsüveg m magasságát a sugárból és a lapsíknak a középponttól mért távolságából képezett különbség adja meg. Ez a távolság a kocka élének felével egyenlő, így a kisebb gömbsüveg felszíne:

$$F_s = 2\pi r m = \pi\sqrt{3} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} \right) = \pi \frac{3 - \sqrt{3}}{2}.$$

Mind a 6 lapsík kimetszette gömbi kis kört figyelembe véve, ezek síkjai párosával párhuzamosak, az ilyen síkpárokkal lemetszett gömbsüvegeknek nincs közös része. Két szomszédos kockalap síkjai által kimetszett gömbi kis körök viszont metszik egymást a kocka 2 csúcsában, a lapsíkok alkotta él végpontjaiban, így mindegyik kört a rajta fekvő 4 csúc 4 negyedkörívre osztja, másrészt a lemetszett kisebb gömbsüveget a rajta fekvő 4 negyedív 5 részre osztja. A felületi részek közül 4-nek 2-2 csúcsa van és 2-2 negyedív határolja, egynek pedig 4 csúcsa és 4 negyedívoldala. Az utóbbiakból az egész gömbfelületen 6 keletkezik, az előbbiekből $6 \cdot 4/2 = 12$ – mert a $6 \cdot 4$ szorzatban minden ilyen 2 lapnál veszünk számításba –; más alakú felületi rész nem jön létre. A szimmetria miatt a 4-oldalú részek is, a 2-oldalúak is egymás között egybevágók.

Ezek szerint, a kétféle gömbfelületi rész felszínét F_4 -gyel, ill. F_2 -vel jelölve, ahol az index a rész oldalainak számára utal, a következő egyenletrendszert kapjuk:

$$F_4 + 4F_2 = F_s, \quad 6F_4 + 12F_2 = F.$$

Innen

$$F_4 = \frac{F}{3} - F_s = \frac{\pi}{2}(\sqrt{3} - 1) \approx 1,15 \text{ területegység,}$$

$$F_2 = \frac{F_s}{2} - \frac{F}{12} = \frac{\pi}{4}(2 - \sqrt{3}) \approx 0,21 \text{ területegység.}$$

Buda Rózsa (Dombóvár, Gógös I. g. III. o. t.)

Megjegyzés. A vizsgált négyoldalú gömbfelületi részt az építészetben függő kupolának, másképpen szabályos cseh boltozatnak nevezik.

Nem célszerű a felületi részeket gömbi négyszögnek, ill. kétszögnek nevezni – mint számos dolgozatban olvasható –, mert ezek az elnevezések a gömbfelület 4, ill. 2 *főkör*-ívével határolt részeire használatosak.