Ismert azonosságok alapján

$$\text{(2)} \qquad \operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x = \frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} = 2 \sin 2x \text{ és}$$

$$\text{(3)} \qquad \operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x = -\frac{2\cos 2x}{\sin 2x} = -2 \operatorname{ctg} 2x.$$

Ezek szerint (1) harmadik és negyedik tagja együtt a második tag (-2)-szeresével egyenlő; így az első négy tag együtt egyenlő az első és a második tag különbségével, ez pedig (3) szerint egyenlő $-2 \operatorname{ctg} \pi/4 = -2$-vel.

Másrészt (1) utolsó két tagja együtt (2) szerint egyenlő $\sin \pi/12$ felének reciprokával. $\pi/12 = \pi/4 - \pi/6$, ezért

$$\sin \frac{\pi}{12} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}\right) = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4} = \frac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{2}},$$

így az adott kifejezés értéke, 4 értékes jegyre kerekítve $-2 + 2(\sqrt{6}+\sqrt{2}) = 2(\sqrt{6}+\sqrt{2}-1) \approx 5{,}728$.

Horányi János (Budapest, Apáczai Csere J. gyak. g. III. o. t.)

Megjegyzés. A dolgozatok nagy része (1)-nek mind a 6 tagját külön–külön számította ki, legtöbbször a

$$\operatorname{tg}\frac{x}{2} = \sqrt{\frac{1-\cos x}{1+\cos x}}, \qquad \operatorname{ctg}\frac{x}{2} = 1/\operatorname{tg}\frac{x}{2}, \qquad \sin\frac{x}{2} = \sqrt{\frac{1-\cos x}{2}}$$

képletek felhasználásával. Az adott esetben az előforduló szögek mind hegyesszögek, így a négyzetgyökök pozitív értéke veendő. A mondott képletnél célszerűbb a négyzetgyököt nem tartalmazó

$$\operatorname{tg}\frac{x}{2} = \frac{1-\cos x}{\sin x} = \frac{\sin x}{1+\cos x}$$

azonosság.