I. megoldás. A közölt növekedő sorrend miatt $1 \leq A < B < C < 9$, mert 9-essel csak egy lottószám kezdődik –, másrészt $B < D \leq 9$; feltehetjük továbbá, hogy $C \neq D$, hiszen a feladatban csak a számjegyek ismétlődése érdekes, így csak szükség esetén írtak új betűt; ugyanígy E is különböző A, B, C, D-től.

A számjegyek helyi értékét kiírva az összeg-követelményből

$$11A + 12B + 31C + D = 100B + 11C,$$
$$11A + 20C + D = 88B.$$

A fentiek szerint $A \leq 6$, $C \leq 8$, így a bal oldal nem nagyobb 235-nél, ezért $B \leq 235/88 < 3$, ennélfogva $A = 1$ és $B = 2$. Mostmár $20C + D = 165$, ezt az egyenletet csak a $D = 5$, $C = 8$ számjegypár elégíti ki, így a kihúzott számok csak a következők lehettek : 12, 28, 81, 82, 85. Összegük 288, megfelel a feltételnek, úgyszintén a $81 \cdot 28 = 2268$ és $80 \cdot 85 = 6885$ szorzatok is, $E = 6$.

Ezzel a feladatot megoldottuk, a két szorzat-követelményt a megoldásban nem kellett felhasználnunk.

Lantos Katalin (Budapest, Zrínyi I. g. III. o. t.)

Megjegyzés. A szóban forgó számegyüttes a magyar lottójáték 1963. dec. 13-i húzásának eredménye.

II. megoldás. Induljunk ki az utolsó követelményből, ami – $\overline{CD}$-t levonva mindkét oldalból –, így írható:

$$(\overline{CA} - 1) \cdot \overline{CD} = 100 \cdot \overline{EC} \tag{1}$$

Eszerint a bal oldali szorzat osztható 25-tel is, 4-gyel is. Egyik tényező sem lehet külön 25-tel osztható, ugyanis $C \geq 3$, tehát a 25-tel osztható tényező csak 50 vagy 75 lehetne, vagyis $C = 5$ vagy 7 lenne. Az első esetben a szorzat 5^3-nal is osztható volna, ami csak úgy lehetne, ha az egyik tényező 50, a másik 55, de ezek szorzata nem osztható 4-gyel. Ha $C = 7$, akkor $A \leq C - 2 = 5$, tehát csak a második tényező lehet 75. $CA - 1$-nek akkor oszthatónak kell lennie 4-gyel, amiből $A = 3$. De ekkor $72 \cdot 75 = 100 \cdot 54$, holott 100 szorzójának 7-re kell végződnie.

Ezek szerint (1) bal oldalának mindkét tényezője osztható 5-tel. Így $D > 0$ miatt $D = 5$, $\overline{CD}$ páratlan, emiatt $\overline{CA} - 1$ osztható 20-szal. Ekkor $A = 1$, és C páros, így $\overline{EC}$ is, mindkét oldal osztható 8-cal, ezért $\overline{CA} - 1$ osztható 40-nel, tehát csak $C = 4$ és 8 lehet. $C = 4$ esetén a $40 \cdot 45 = 100 \cdot 18$ szorzat nem (1) alakú, ellenben $C = 8$ esetén $80 \cdot 85 = 100 \cdot 68$ alakú és $E = 6$.

Mostmár az első szorzat-követelményből $\overline{CA} \cdot \overline{BC} = \overline{BBEC}$, $81(10B + 8) = 1100B + 68$. Innen $B = 2$, és a kihúzott számok: 12, 28, 81, 82, 85, megfelelnek az összegkövetelménynek is.

Megjegyzés. Az utolsó követelményben nem szerepel B, ezért kellett egy további követelményt felhasználnunk. Hasonlóan a III. megoldásban ahol az első szorzatból fogunk kiindulni –, D-t a második szorzatból számítjuk.

III. megoldás. Alakítsuk az első szorzat-követelményt az alábbiak szerint:

$$\overline{CA} \cdot \overline{BC} = \overline{BBEC}, \quad 10B \cdot \overline{CA} + C \cdot \overline{CA} = 1100B + \overline{EC}, \tag{2}$$
$$B = \frac{C \cdot \overline{CA} - \overline{EC}}{10(110 - \overline{CA})} \leqq \frac{8 \cdot 86 - \overline{EC}}{10(110 - 86)} < \frac{688}{240} < 3.$$

CA helyére $C \leq 8$ és $A \leq 6$ alapján írtuk be legnagyobb szóba jövő értékét, ezzel a számláló nem csökkent, a nevező nem növekedett, tehát a hányados nem csökkent. A számláló kivonandóját elhagyva a második átalakításban biztosan nagyobb értéket írtunk a hányados helyére. ($AB > A$ követelményt az első alakításban nem vettük tekintetbe.) Eszerint $A = 1$ és $B = 2$.

Másrészt $E > B$, és így $E \geq 3$, mert az ötödik szám nagyobb a másodiknál, ennélfogva a második szorzat nagyobb az első szorzatnál, és a szorzatok első számjegyei különbözők.

Az eddigiek alapján (2) így alakítható:

$$(10C + 1)(20 + C) = 2200 + 10E + C \geqq 2230 + C,$$
$$C^2 + 20C - 221 \geq 0,$$

amiből $C \geq 8$ vagy $C \leq -28$. Csak $C = 8$ felel meg, mert $C < 9$, így az első szorzat értéke $81 \cdot 28 = 2268$, tehát $E = 6$.

Eszerint a második szorzat 6880 és 6890 közé esik, ezeket a harmadik számmal, 81-gyel osztva az ötödik számra egy alsó és egy felső korlátot kapunk: 84,9 (lekerekítéssel) és 85,1 (felkerekítéssel), tehát az ötödik szám 85, azaz $D = 5$.