

A lottóban használt 1, 2, ..., 90 számok közül a 8-as számjegyet a tízes helyi értékben 10, az egyes helyi értékben pedig 9 szám tartalmazza: 80, 81, ..., 89, ill. 8, 18, 28, ..., 88. A 88 mindkét csoportba beletartozik, így a 8-as jegyet tartalmazó lottószámok száma $10 + 9 - 1 = 18$.

Legalább három 8-ast tartalmazó szám kihúzása azt jelenti, hogy az 5 kihúzott szám közül vagy 3-ban, vagy 4-ben, vagy mind az 5 számban szerepel 8-as. Az ilyen esetek N_3, N_4, N_5 számát rendre külön állapítjuk meg.

Az első esetben a kihúzott számok közül 3 a fenti 18 közül való, a további 2 pedig a 8-ast nem tartalmazó 72 szám közül. Az előbbi 3 egymás utáni kiválasztása során az elsőt 18-féleképpen választhatjuk, minden így kiválasztott számhoz a másodikat a maradék közül 17-féleképpen csatolhatjuk, a 18 · 17 pár mindegyikéhez pedig a harmadikat 16-féleképpen. Az így adódó 18 · 17 · 16 számhármas között egy-egy hármas minden lehetséges sorrendben előfordul, a lottóhúzás eredményében viszont a számok kihúzásának sorrendje nem számít. Mivel 3 különböző elemet 3 · 2-féle sorrendbe lehet állítani (a 3 bármelyikét véve elsőnek, a másik kettőt kétféle sorrendben írhatjuk mellé), így a különböző összeállítások számát osztással kapjuk:

$$\frac{18 \cdot 17 \cdot 16}{3 \cdot 2}.$$

Eddigi megfontolásainkat ismételve a 8-ast nem tartalmazó számpár különböző megválasztásainak száma, majd a most vizsgált esetben tartozó lottóhúzások összes száma:

$$\frac{72 \cdot 71}{2}, \quad N_3 = \frac{18 \cdot 17 \cdot 16}{3 \cdot 2} \cdot \frac{72 \cdot 71}{2} = 2\,085\,696,$$

a 4, ill. 5 számban 8-as jegyet tartalmazó húzások száma hasonlóan:

$$N_4 = \frac{18 \cdot 17 \cdot 16 \cdot 15}{4 \cdot 3 \cdot 2} \cdot 72 = 220\,320, \quad \text{ill.}$$

$$N_5 = \frac{18 \cdot 17 \cdot 16 \cdot 15 \cdot 14}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2} = 8568;$$

végül tekintet nélkül a 8-asokra, a 90 számból végezhető 5-tagú húzások száma

$$N = \frac{90 \cdot 89 \cdot 88 \cdot 87 \cdot 86}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2} = 43\,949\,268.$$

Mindezek szerint az összes lehetséges húzásoknak $(N_3 + N_4 + N_5)/N$ része olyan, hogy legalább három számában lép fel 8-as számjegy, így a 100 húzás közül átlagosan várható ilyenek száma:

$$\frac{100(N_3 + N_4 + N_5)}{N} = \frac{231\,458\,400}{43\,949\,268} \approx 5,3,$$

tehát Pali óvatossága indokolt volt.

Bár a tévedés sokféleképpen adódhatott Lajcsi gyors számolásában, feltételezhetjük, hogy így gondolkodott: a 8-ast tartalmazó 3 szám megválasztása után a további 2 helyet a további 87 számból töltjük be, így az összesen, ill. a 100 közül átlagosan megfelelő húzások száma

$$N_3^* = \frac{18 \cdot 17 \cdot 16}{3 \cdot 2} \cdot \frac{87 \cdot 86}{2} = 3\,052\,656, \quad \text{ill.} \quad \frac{100N_3^*}{N} \approx 6,9,$$

amint Lajcsi állította. Ez azért téves, mert többször vette számba azokat a húzásokat, amelyekben 3-nál több számjegyei között szerepel 8-as. Ha az A, B, C, D, E különböző számokban szerepel 8-as jegy, X -ben pedig nem, akkor az A, B, C, D, X húzást a mondott N_3^* húzás között 4-szer vette számba Lajcsi, amint rendre A, B, C , ill. D szerepel a „többi 87” szám közül választott negyedik gyanánt, az A, B, C, D, E húzást pedig 10-szer, mert a 87 közül vett 2 további szám az 5 közül 5 · 4/2-féleképpen jelölhető ki. Valóban, $N_3 + 4N_4 + 10N_5 = N_3^*$.

Deák István (Budapest, Vörösmarty M. g. IV. o. t.)

Megjegyzés. A most folyó magyar lottójáték 1964. október 30-ig lefolyt 400 húzásából 13 húzás volta fenti N_3 eset közül való és 6 az N_4 közül való, viszont egy húzás sem volt az N_5 -ben számbavettek közül. Szembeállítva ezeket a $400 N_3/N \approx 19$, a $400 N_4/N \approx 2$ és $400 N_5/N \approx 0,1$ számokkal, a tapasztalat egyszer lefelé, egyszer fölfelé mutat eltérést, a „legalább 3” kérdésében pedig 2 a hiány a várható $4 \cdot 5,3 \approx 21$ -gyel szemben, ami – a 400 tagú sorozat rövid voltát tekintve – jó egyezés.