**I. megoldás.** *a)* Az első kérdés esetében az öt kihúzott szám közül a legnagyobbik és legkisebbik különbsége a szomszédos számok $d$ differenciájának 4-szerese. Másrészt a kihúzható számok közti legnagyobb különbség $90-1=89$, $d$ egész szám, ezért legnagyobb lehetséges értéke a $89:4$ hányados egész része, 22, és 1-től 22-ig minden érték felléphet $d$ gyanánt.

Egy adott $d$ érték mellett, a sorozat első tagját $a$-val jelölve, teljesülnie kell az $a+4d\leq 90$ egyenlőtlenségnek, vagyis 1-től $90-4d$-ig minden érték felléphet $a$ gyanánt, és csak ezek; számuk $90-4d$. Mivel ($d$ és a $a$ kihúzott öt számot meghatározza, azért minden lehetséges $d$ érték mellett a feltételezett megfelelő lottóhúzások száma is $90-4d$.

Eszerint a $90-4d$ számoknak az összegét kell megállapítanunk $d=1,\ 2,\ \ldots\ 22$ esetére, vagyis az

$$N_5=86+82+\ldots+2$$

összeget. Ez számtani sor, az összeg-képlettel $N_5=968$.

*b)* Hasonlóan állapíthatjuk meg az $1,\ 2,\ \ldots,\ 90$ számokból összeállítható négy tagú számtani sorozatok számát: $d$ lehetséges értékei $1,\ 2,\ \ldots,\ 29$, minden egyes $d$ érték mellett $a$ értékeinek, egyszersmind a sorozatoknak a száma $90-3d$, és ezek összege

$$87+84+\ldots+3=1305.$$

A hátra levő ötödik számot minden esetben 86-féleképpen választhatjuk, mert mindig ennyi szám van még a lottógömbben. Az így adódó $1305\cdot 86=112\,230$ húzási lehetőség azonban nem mind különböző. Ha ugyanis a hozzácsatolt szám éppen $d$-vel nagyobb a négytagú sorozat legnagyobb számánál, akkor egy az *a)* részben vizsgált húzási lehetőséggel állunk szemben, és ezt megkaphatjuk úgy is, hogy a sorozat legnagyobb négy tagjából álló sorozatot egészítjük ki a legkisebb tagnál $d$-vel kisebb számmal. Így a megállapított számban az *a)* részben vizsgált húzások kétszer szerepelnek, ezért

$$N_4=112\,230-968=111\,262$$

olyan lottóhúzás lehetséges, amelyben valamelyik négy szám számtani sorozatot alkot, az ötödik szám pedig tetszés szerinti.

*Solti László* (Budapest, Fürst S. g. IV. o. t.)

**II. megoldás** a feladat *a)* részére. Megállapíthatjuk a kérdéses húzások számát legkisebb számuk szerinti csoportosításban is. Egy adott $a$ érték mellett $a+4d\leq 90$ alapján $d$ 1-től kezdve minden olyan egész értéket felvehet, amelyre

$$d\leq\frac{90-a}{4},$$

vagyis $d$ legnagyobb lehetséges értéke, egyszersmind az $a$ kezdőszámú húzások száma

$$\left[\frac{90-a}{4}\right],$$

ahol a szögletes zárójel a belefoglalt szám egész részét jelöli. A szóba jövő $a=1,\ 2,\ \ldots,\ 86$ értékek mellett az összeg

$$\begin{gathered}22+22+21+21+21+21+20+\ldots+2+1+1+1+1=\\=2\cdot 22+4(21+20+\ldots+2+1)=44+2\cdot 22\cdot 21=968,\end{gathered}$$

ugyanis az összegben a $21,\ 20,\ \ldots,\ 2,\ 1$ számok mindegyike 4-szer lép fel, amíg a $90-a$ szám 4-gyel való osztásának maradéka rendre a 3, 2, 1, 0 értékeket veszi fel.

*Havas János* (Budapest, Berzsenyi D. g. I. o. t.)

*Megjegyzések.* 1. Voltak, akik a *b)* részt félreértették vagy úgy, hogy csak azokat a húzásokat tekintették, amelyekben a négy legkisebb vagy négy legnagyobb szám növekszik ugyanannyival, vagy úgy, hogy kizárták az *a)* részben tárgyalt húzásokat. Megoldásukat elfogadtuk, ha a maguk elé tűzött feladatot helyesen oldották meg, bár a feladat szövege egyik korlátozást sem tartalmazza.

2. Könnyű kiszámítani, hogy az összes lehetséges lottóhúzások száma 43 949 268. Eszerint öt tagú számtani sorozatot mutató lottóhúzás átlagosan kb. 45 400 húzásonként egyszer várható, legalább négy tagú sorozat pedig átlagosan nem egészen 400 húzásonként egyszer. Így a most folyamatban levő magyar lottójátékban nem egészen 900 évenként, ill. 8 évenként egy esetben várható ilyen húzás.

Megemlítjük, hogy a magyar lottójáték 1964. április végéig lefolyt 373 húzásában egyszer előfordult négy tagú sorozat: 1957. szept. 6-án a 39, 74, 76, 78, 80 számokat húzták ki.