

A  $H_1$  háromszög oldalait betűzzük a szokásos módon úgy, hogy  $a \leq b \leq c$  álljon. Feltevés szerint  $b = (a + c)/2$ , amiből  $b - a = c - b$ . Ezt a különbséget, ami nem negatív,  $d$ -vel jelölve  $a = b - d$ ,  $c = b + d$ ,  $2s = a + b + c = 3b$ , és a beírt kör sugarára

$$(1) \quad \varrho = \frac{t}{s} = \sqrt{\frac{(s-a)(s-b)(s-c)}{s}} = \sqrt{\frac{(b-2d)(b+2d)}{12}},$$

$$12\varrho^2 = b^2 - 4d^2.$$

$H_2$  és  $H_3$  oldalait megkapjuk  $H_1$ -éből, ha  $b$ -t csökkentjük, ill. növeljük a kívánt mértékben,  $d$ -t változatlanul hagyva. Így rájuk a feladat feltételei szerint

$$(2) \quad 12(\varrho - 5)^2 = (b - 10)^2 - 4d^2,$$

$$(3) \quad 12(\varrho + 5)^2 = (b + 14)^2 - 4d^2.$$

Felbontva (2)-ben és (3)-ban a zárójeleket, és levonva belőlük (1)-et

$$-120\varrho + 300 = -20b + 100,$$

$$120\varrho + 300 = 28b + 196.$$

Innen  $b = 38$ ,  $\varrho = 8$  adódik, ezeket (1)-be helyettesítve (mivel  $d \geq 0$ )  $d = 13$ -at kapunk. Így  $H_1$  oldalai  $a = 25$ ,  $b = 38$ ,  $c = 51$  egység,  $H_2$  oldalai 15, 28 és 41,  $H_3$  oldalai pedig 39, 52, 65 (derékszögű háromszög); ezekből a beírt kör sugara  $H_2$ -ben 3,  $H_3$ -ban 13 egység, a feladat követelményeinek megfelelően.

*Ormai Lóránt* (Pannonhalma, Benedekrendi g. IV. o. t.)